

الجمهورية العربية السورية  
المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا  
قسم الفيزياء  
ماجستير هندسة بصريات  
كانون الأول 2019

## قياس خشونة سطح اعتماداً على أنماط البقعيات Measurement of Surface Roughness using Speckle Patterns

تقديم

سامر احمد

إشراف

د. نوفل إبراهيم

د. محمد ديب

أمام لجنة الحكم

د. عقيل سلوم رئيساً

د. ظافر موسى عضواً

د. درغام زيدان عضواً

د. نوفل إبراهيم عضواً ومشرفاً

د. محمد ديب عضواً ومشرفاً

## المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا Higher Institute for Applied Sciences and Technology

المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا مؤسسة حكومية للتعليم العالي أحدثت بموجب المرسوم التشريعي رقم 24/ لعام 1983، وذلك بهدف إعداد كوادر علمية متميزة من مهندسين وباحثين للإسهام الفاعل في عملية التطوير العلمي والتنمية في الجمهورية العربية السورية.

يمنح المعهد العالي درجة الإجازة في الهندسة في الاتصالات والمعلوماتية والنظم الإلكترونية والميكاترونيكس وعلوم وهندسة المواد وهندسة الطيران. يقبل المعهد العالي لدراسة هذه الاختصاصات شريحة منتقاة من المتفوقين في الشهادة الثانوية من الفرع العلمي. يتيح المعهد العالي أيضاً برامج ماجستير أكاديمي في نظم الاتصالات وفي التحكم والروبوتيك وفي نظم المعطيات الكبيرة ونظم المعلومات ودعم القرار وفي علوم وهندسة المواد وعلوم وهندسة البصريات. وأخيراً، يمنح المعهد العالي درجة الدكتوراه في الاتصالات والمعلوماتية ونظم التحكم والفيزياء التطبيقية. تُحدث في المعهد العالي اختصاصات جديدة بحسب متطلبات سوق العمل وتوجهات البحث والتطوير المحلية والعالمية.

إلى جانب النشاط التعليمي، يمارس المعهد العالي عبر جهود أطره وفعالياته العلمية المختلفة نشاطاً حثيثاً في البحث والتطوير، إذ ينفذ مشاريع ودراسات واستشارات متنوعة لصالح الجهات العامة والخاصة في القطر، كما يتعاون مع جهات خارج القطر في بعض المشاريع البحثية والتطويرية. يسعى المعهد أيضاً، عبر دورات تدريبية نظرية وعملية متاحة للقطاعين العام والخاص وللأفراد، إلى إفادة أوسع فئة من المهتمين من إمكانيات أطره العلمية ومختبراته. واستكمالاً لدوره الرائد في مجال التعليم ونشر العلم، ينشر المعهد العالي كتباً علمية عالية المستوى من نتاج أطره، منها ما هو تدريسي يوافق المناهج في المعهد العالي ويقيد شريحة واسعة من الطلاب الجامعيين عموماً، ومنها ما هو علمي ثقافي. يتيح المعهد العالي بعضاً من منشوراته على موقعه على الشبكة، كما يتيح إمكانية الاطلاع على رسائل الماجستير والدكتوراه المنفذة في المعهد العالي وعلى بعض منشورات طلابه وأطره من المقالات العلمية.

المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجيا، الجمهورية العربية السورية، دمشق، ص.ب 31983  
Higher Institute for Applied Sciences and Technology – HIAST

P. O. Box 31983, Damascus, Syrian Arab Republic

هاتف 00963115123819 - فاكس 00963115140761

بريد إلكتروني [contact@hiast.edu.sy](mailto:contact@hiast.edu.sy)

موقع إلكتروني [www.hiast.edu.sy](http://www.hiast.edu.sy)

إهداء

إلى منبع الحب والحنان... أُمِّي الغالية

إلى قديتي الأولى... أبي

إلى بحجة حياتي وسندي الذائم... إخوتي الأعزاء

إلى سر سعادتي وتوأم روحي...

إلى عائلتي وأصدقائي



## كلمة شكر

أتقدم بفائق الامتنان والشكر للدكتور محمد ديب والدكتور نوفل إبراهيم على الإشراف المتميز والدعم المستمر بخبرتهما العلمية والعملية.

كما أتوجه بالشكر للدكتور فواز الموصللي الذي قام بتوجيهي خلال مراحل هذا العمل. والشكر موصول للدكتور عقيل سلوم والدكتور ظافر موسى ومدرسي قسم الفيزياء في المعهد العالي على مساعدتهم القيمة.

كما أشكر الإدارة والعاملين في مؤسسة الصناعات التقانية لمساعدتهم في تأمين مستلزمات العمل.

كما أشكر المهندس حسام أحمد على مساعدته في تأمين عينات القياس.

م. سامر أحمد



## الملخص

درسنا في هذا العمل الترابط بين أنماط البقع المتشكلة نتيجة انتشار حزمة ليزرية عن سطح خشن، وإمكانية استخدام هذه الترابط في استنتاج المعاملات الإحصائية لخشونة السطح. نفذنا أربعة تطبيقات مخبرية حققنا في التطبيق الأول قياساً دقيقاً للانحراف المعياري ولطول الترابط لارتفاعات خشونة سطح بدراسة الترابط الطيفي بين نمطي بقع متشكلين من حزمتين ذاتي طولين موجيين مختلفين. وحققنا في التطبيق الثاني قياساً دقيقاً للانحراف المعياري للارتفاعات بدراسة الترابط الزاوي بين نمطي بقع متشكلين من حزمتين واردتين بزوايتين مختلفين. ودرسنا في التطبيق الثالث مجال استخدام الانعكاسية المرآوية لدراسة الانحراف المعياري لارتفاعات تعرجات السطح، وأثبتنا في التطبيق الرابع إمكانية استخدام أنماط مخطط القص الناتجة عن مُداخل ميكلسون لقياس المعاملات الإحصائية لخشونة السطح.

## Abstract

In this work, we examined the correlation between speckle patterns formed by the scattering of a laser beam from a rough surface, and the possibility of using this correlation to infer the statistical parameters of surface roughness. We carried out four laboratory applications. In the first application, we achieved an accurate measurement of the standard deviation and the correlation length of the surface heights by studying the **spectral** correlation between two speckle patterns of two beams with different wavelengths. In the second application we achieved an accurate measurement of the standard deviation of the surface heights by examining the **angular** correlation between two speckle patterns formed by two beams with different incident angles. In the third application, we examined using the specular reflectance to study the standard deviation of the surface heights, and in the fourth application we demonstrated the possibility of using shearography patterns resulting from Michelson interferometer to measure statistical parameters of surface roughness.,



# المحتويات

V	الملخص
VII	المحتويات
IX	قائمة الأشكال
XI	قائمة الجداول
XIII	الاختصارات
XV	الرموز
XVII	المصطلحات
1	مقدمة عامة
3	الفصل الأول
3	انتشار الأمواج عن سطح خشن
3	1.1- مقدمة
4	2.1- تعريف مسألة الانتثار
5	1.2.1 دراسة انتشار موجة مستوية عن سطح خشن -حالة بعد وحيد
9	2.2.1 دراسة انتشار حقل متعدد المركبات عن سطح خشن
12	3.2.1 حساب سعة الانتثار في الحالة العامة
13	4.2.1 نظريات وتقريبات انتشار موجة عن سطح خشن عشوائي
20	5.2.1 الوصف الإحصائي لسطح خشن
24	6.2.1 الخشونة الكهرومغناطيسية وشرط Rayleigh للخشونة
25	3.1 خاتمة الفصل
27	الفصل الثاني
27	ترابط البقعيات الليزرية
27	1.2- مقدمة
27	2.2- الترابط الطيفي للبقعيات الليزرية
27	1.2.2 توزع الشدة في أنماط البقعيات اعتماداً على تقريب المستوي المماسي:
31	2.2.2 الحساب التحليلي
33	3.2.2 الطريقة التجريبية لتحديد المعاملات الإحصائية للسطح الخشن
34	3.2- الترابط الزاوي بين نمطي بقعيات بزوايتين مختلفتين

37	4.2- نظام مخطط القص (Shearography) الليزري.....
37	1.4.2. مفهوم مخطط القص.....
40	2.4.2 الحساب التحليلي لاستنتاج مواصفات خشونة لسطح باستخدام مخطط القص.....
43	<b>الفصل الثالث</b> .....
43	<b>البنية التجريبية</b> .....
43	1.3- مقدمة.....
43	2.3- التجهيزات المستخدمة.....
44	3.3 تحضير العينات.....
45	4.3- تصميم المرشح المكاني.....
47	5.3 دراسة الترابط الطيفي لأنماط البقعيات.....
47	1.5.3 تحضير التجربة.....
48	2.5.3 خطوات تنفيذ التجربة.....
51	6.3- دراسة الترابط الزاوي لأنماط البقعيات.....
51	1.6.3 تحضير التجربة.....
52	2.6.3 خطوات تنفيذ التجربة.....
53	3.6.3- ترتيب القياس.....
54	7.3- قياس خشونة سطح اعتماداً على التخامد مع ثابت.....
54	1.7.3 تحضير التجربة.....
54	2.7.3 خطوات تنفيذ التجربة.....
55	3.7.3 ترتيب القياس.....
56	8.3- دراسة مخطط القص.....
56	1.8.3 تحضير التجربة.....
56	2.8.3 خطوات تنفيذ التجربة.....
59	<b>الفصل الرابع</b> .....
59	<b>النتائج وتفسيرها</b> .....
59	1.4 الترابط الطيفي بين نمطي بقعيات.....
61	2.4 دراسة الترابط الزاوي لأنماط البقعيات.....
62	3.4- دراسة ثابت Rayleigh للانتثار (الانعكاسية المرآوية).....
65	4.4 دراسة خرج نمط القص.....
67	<b>الخاتمة والآفاق المستقبلية</b> .....
69	<b>المراجع</b> .....

## قائمة الأشكال

- الشكل 1: المخطط الهندسي لمسألة الانتثار.....4
- الشكل 2: موجة مستوية واردة (شعاع الموجة  $K_0$ ) من منبع نقطي Q والموجة المنتشرة الناتجة عنها (شعاع الموجة K).....9
- الشكل 3: حالة سطح فاصل بين نصفي فضاء متجانسين.....13
- الشكل 4(a): حالة انتشار عن سطح أملس انعكاس تام (b) انعكاس عن سطح قليل الخشونة، الجزء الأكبر عبارة عن مركبات مترابطة تنعكس وفق شرطي (c Descartes) انعكاس عن سطح خشن، الجزء الأكبر مركبات غير مترابطة.....14
- الشكل 5: المنابع السطحية والموجات الصاعدة والهابطة.....16
- الشكل 6: سطح خشن عشوائي يحقق SPM1.....16
- الشكل 7(a): ظاهرة الانعكاس المتعدد (b) ظاهرة التظليل.....17
- الشكل 8: سطح خشن عشوائي يحقق TPA.....19
- الشكل 9 (a) : بعد وحيد من سطح عشوائي يتبع توزيعاً غاوسياً (b) تابع توزيع الارتفاعات.....21
- الشكل 10 (a) : سطح خشن ببعده واحد مع طول الترابط (b) تابع الترابط الذاتي في حالة توزيع غاوسي.....22
- الشكل 11: الخشونة الطيفية حالة الانعكاس مع بيان تابعة فرق الصفحة لخشونة السطح.....24
- الشكل 12: مخطط هندسي لمسألة انتشار ليزر عن سطح خشن في حالة ورود طيفين موجيين على السطح.....28
- الشكل 13: تابع الترابط الموزن عند  $y=0$ .....33
- الشكل 14 : مخطط هندسي لمسألة انتشار ليزر عن سطح خشن في حالة ورود موجتين على السطح.....35
- الشكل 15: مخطط دراسة الترابط الزاوي زاوية المراقبة تساوي 0 وتتغير زاوية الورد بمقدار  $\delta\theta$ .....36
- الشكل 16: مخطط Shearography Hung.....37
- الشكل 17: مخطط القص باستخدام مُداخل Michelson.....39
- الشكل 18: الأهداب السوداء الناتجة عن سطح خشن. يُحسب p و q ابتداءً من مركز الهدب الأسود.....41
- الشكل 19: واجهة برنامج المحس الميكانيكي.....45
- الشكل 20: حزمة ليزر مع ضجيج.....45
- الشكل 21: مرشح مكاني: المكونات عدسة دخل مصححة من العيوب الكروية، الثقب، عدسة التجميع [22].....46
- الشكل 22(a): حزمة الليزر قبل الترشيح (b) الحزمة بعد الترشيح نلاحظ اختفاء الضجيج المحيط بالحزمة المركزية.....46
- الشكل 23: الانزياح الجانبي  $u_0$  وذلك بأخذ صورتين مزاحتين إحداهما بالنسبة إلى الأخرى.....48
- الشكل 24: مخطط دراسة الترابط الطيفي لأنماط البقيعات.....48
- الشكل 25: خطوات إيجاد تابع الترابط الطيفي بين نمطي بقيعات باستخدام مبرهنة Wiener-Khinchine.....49

- الشكل 26: مخطط دراسة الترابط الزاوي لأنماط البقعيات..... 52
- الشكل 27: مخطط دراسة معامل Rayleigh للخشونة الكهرومغناطيسية..... 54
- الشكل 28: زاوية قبول أداة القياس..... 55
- الشكل 29 : الانعكاسية المرآوية تحصيل أشعة مترابطة..... 55
- الشكل 30: دراسة تطبيق Michelson لإيجاد أنماط مخطط القص..... 56
- الشكل 31: الخطوات العملية لإيجاد تابع الترابط الطيفي لأحد القياسات..... 59
- الشكل 32: تابع الترابط الطيفي عند  $y=0$  و  $x>0$ ..... 60
- الشكل 33: تغير تخامد الاستطاعة المنتشرة مرآوياً مع تغير زاوية الورود..... 63
- الشكل 34: تغير تخامد الاستطاعة المنتشرة مرآوياً (الأشعة المترابطة) مع تغير زاوية الورود..... 64
- الشكل 35: (a) نمط قص ناتج عن سطح خشن مستوي (b) نمط قص ناتج عن مرآة مقعرة..... 65

## قائمة الجداول

- جدول 1: القياس بالمحس الميكانيكي لعينات ST37 المعالجة بالرفع بالرمال ..... 44
- جدول 2: ساعات الحزم الجانبية في تابع الترابط الطيفي للعينات المختلفة ..... 47
- جدول 3: قيم الانحرافات المعيارية التي تم الحصول عليها عن طريق ايجاد الترابط الزاوي بين نمطي بقيعات ..... 61
- جدول 4: تغير تخامد الاستطاعة المنتشرة مرآوياً مع تغير زاوية الورود ..... 62
- جدول 5: تغير تخامد الاستطاعة المنتشرة مرآوياً (الأشعة المترابطة) مع تغير زاوية الورود ..... 64



## الاختصارات

SPM: Small Perturbation Method	طريقة الاضطراب الصغير
TPA: Tangent Plane Approximation	تقريب المستوي المماسي
GO: Geometric Optics	تقريب الضوء الهندسي
TSM: Two-Scale Model	النموذج ذو القياسين
SSA: Small-Slope Approximation	تقريب الانحدارات الصغيرة
CCD: Charged Coupled Device	
PDF: Probability Density Function	تابع الكثافة الاحتمالية
RMS: Root Mean Square	الانحراف المعياري
DPSS: Diode-Pumped Solid-State	



## الرموز

$\Omega$	نصف فضاء.
$\Sigma$	سطح خشن.
$\Psi$	حقل موجي.
$\mathbf{R}$	شعاع الموضع.
$I$	شدة الحقل.
$K$	العدد الموجي.
$k$	شعاع الموجة.
$S(k, k_0)$	سعة انتشار.
$A$	طويلة حقل عقدية.
$\sigma_h$	الانحراف المعياري لارتفاعات خشونة سطح.
$\sigma_s$	الانحراف المعياري لانحدارات خشونة سطح.
$L_c$	طول ترابط ارتفاعات خشونة سطح.
$R_c$	نصف قطر تقوس سطح خشن.
$E$	حقل كهربائي.
$\phi$	فرق صفحة.
$dS$	سطح عنصري
$\sigma_r$	معامل الانعكاس عن سطح خشن
$\mathfrak{F}$	مؤثر Fourier
$\mathfrak{R}$	الحساسية الطيفية للكاميرة
$\lambda$	طول الموجة
$\wp$	الترابط
$\tau$	مسافة القص



## المصطلحات

Speckle	البقيعات
Monochromatic	وحيد اللون
Subjective speckles	أنماط بقيعات ذاتية
Objective speckles	أنماط بقيعات موضوعية
the perturbation theory	نظرية الاضطرابات
the tangent plane method	تقريب المستوي المماسي
Deterministic	حتمية
Statistical	إحصائية
Nonlocal	غير موضعي
perfectly conducting surface	سطح ناقل مثالي
Curvature	انحناء (تقوس)
specular	مرآوي
autocorrelation	الترابط الذاتي
Shearography	مخطط القص
Specular Reflectance	انعكاسية مرآوية
Sand blast	الصفع بالرمل
Skewness	التواءات
Kurtosis	تفطح



## مقدمة عامة

البقيعات (Speckle) هي نمط من حبيبات دقيقة تظهر عند انتشار حزمة وحيدة اللون (Monochromatic) عن سطح ما. لوحظت هذه الظاهرة مع بداية استخدام الليزر في ستينيات القرن الماضي، ومنذ البداية عزيت هذه الظاهرة إلى خشونة السطوح باعتبار أن هذه السطوح ليست ملساء، وسينتشر شعاع الليزر عن تعرجات السطح المجهرية ويكون الحقل الناتج عند نقطة ما هو مجموعة الحقول المنتشرة في تلك النقطة، ولكي تظهر البقيعات في إشارة يجب أن تكون هذه الإشارة مكونة من عدد من المكونات العقدية الجمعية المستقلة بالصفحة، ويجب أن تكون صفحة هذه المكونات عشوائية فيما يمكن أن تكون السعة محددة. عندما تجمع هذه المكونات معا يتداخل بعضها مع البعض الآخر ويكون ناتج الجمع في نقطة المراقبة صغيراً أو كبيراً بحسب كون التداخل هداماً أو بناءً في تلك النقطة، ومن ثم تكون الشدة صغيرة أو كبيرة بحسب توافق صفحات مكونات الإشارة.

تصنف أنماط البقيعات بحسب طريقة تسجيلها إلى:

- أنماط بقيعات ذاتية (Subjective speckles) وذلك عندما يتم تسجيل البقيعات في مستوي الخيال لنظام بصري، وعندها سترتبط خصائص هذه الأنماط بمواصفات النظام البصري المستخدم.
- أنماط بقيعات موضوعية (Objective speckles) وذلك عندما يوضع المحس ضمن الحقل المنتشر بدون عدسة، وهنا ستعتمد خصائص أنماط البقيعات على طول موجة الليزر وخصائص السطح فقط.

تتطلب دراسة أنماط تداخل البقيعات الناتجة عن انتشار حقل موجي عن سطح ما، معرفة بالحقل المنتشر وارتباطه بخصائص السطح، يجب إذاً حل مسألة إيجاد محصلة حقل ناتج عن انتشار موجة عن سطح خشن. لا يمكن حل هذه المسألة حلاً دقيقاً، ولا يوجد لها إلا حلول تقريبية، وبشكل عام يتم إيجاد هذه الحلول باستخدام تقريبين مستخدمين على نطاق واسع، هما: نظرية الاضطرابات (the perturbation theory) وتقريب المستوي المماسي (the tangent plane method) المسمى أيضاً تقريب كيرشوف (Kirchhoff). استخدمت نظرية الاضطرابات لأول مرة في هذا السياق من قبل Rayleigh [1]، وتسمح هذه الطريقة بإيجاد سعة الحقل المنتشر للحالة التي تكون فيها ارتفاعات الخشونة أقل من طول الموجة الواردة إلى السطح (الحالة منخفضة التردد). أما بالنسبة لتقريب المستوي المماسي، فيتم تقريب السطح عند كل نقطة منه بالمستوي المماسي في هذه النقطة، ويفترض هذا التقريب أن التأثير بين الإشعاع والسطح الخشن يرتبط بالمعاملات المحلية في منطقة التأثير.

تندرج عملية إيجاد خصائص سطح اعتماداً على دراسة أنماط بقيعات ناتجة عن انتشار موجة عن هذا السطح ضمن الاختبارات اللاإتلافية التي تعتمد على خصائص التداخل الضوئي. وتوفر هذه الاختبارات مقارنة بالطرق الميكانيكية وثوقية عالية حيث لا يوجد تلامس بين أداة القياس والسطح المقيس ويمكن في بعض الحالات أن تؤمن مرونة أكبر في عملية القياس بالإضافة إلى إمكانية قياس معاملات أخرى لا تؤمنها الطرق الميكانيكية.

تقسم هذه الرسالة إلى أربعة فصول، يبحث الفصل الأول في انتشار الأمواج عن سطح خشن ويستعرض التقريبات المستخدمة ومجال صلاحية كل منها، ويتناول الفصل الثاني ترابط أنماط البقيعات من خلال إيجاد علاقات الترابط الطيفي والزواوي مع المعاملات الإحصائية للسطح قيد الدراسة، وفي الفصل الثالث تم اقتراح واختبار بنى تجريبية لإيجاد خشونة سطح بأربع طرق مختلفة، وتم استعراض نتائج هذه الاختبارات في الفصل الرابع.

## الفصل الأول

# انتشار الأمواج عن سطح خشن

### 1.1- مقدمة

دُرست ظاهرة انتشار الأمواج عن سطح خشن رياضياً لأول مرة عام 1907 من قبل Rayleigh [1]. ثمّ تقدمت دراسة المسألة كثيراً خلال فترة الخمسينات من القرن العشرين. [2] [3] وبشكل عام كان هناك ثلاثة اتجاهات رئيسة عند الباحثين في هذا الموضوع:

- الأعمال التي اهتمت بتطبيق المقاربات النظرية المعروفة حينها على مسائل فيزيائية عملية وعلى النتائج التجريبية.

- الأعمال التي اهتمت بتطوير طرق عددية لحساب حقول الأمواج المنتشرة عن سطح معروف الشكل وذلك باستخدام نماذج للانتشار تُنتج معادلات خطية وحلّ هذه المعادلات عن طريق الحاسوب. وقد كان لتطور الحواسيب والنماذج الرقمية دور كبير في جعل التحقق التجريبي (هنا عن طريق تجارب عددية) من عدد من المفاهيم النظرية المتعلقة بمسألة الانتشار ممكناً. وهذا يعود إلى أنّ هذه المسألة صعبة للغاية فمن غير الممكن موازنة النتائج التجريبية مع المفاهيم النظرية موازنةً دقيقة في كثير من الحالات بسبب وجود معاملات إضافية كثيرة يجب أخذها بعين الاعتبار عند تحديد الخصائص الإحصائية لخشونة سطح تحديداً كافيّاً ليتطابق النموذج النظري مع السطح المدروس. وهنا تصبح التجارب العددية قيّمة جداً وخصوصاً في الحالات التي يمكن فيها تعريف معادلة الموجة والشروط الحدية تعريفاً جيّداً. [4] [5]

- الأعمال الموجهة لإيجاد طرق نظرية توصّف مسألة انتشار الأمواج في كلا الحالتين المحددة (deterministic) والإحصائية (statistical). مثل هذه الطرق تسمح بحلّ مسائل عملية في الانتشار وتطوير مقاربات عددية. [5]

في هذا الفصل نتطرق إلى مسألة الانتشار عن سطح خشن وذلك على ثلاث مراحل: في البداية ندرس حالة حقل مكون من مركبة واحدة (ندعوها الحالة السلمية)، ثم ندرس حالة حقل مكون من عدة مركبات ينتشر عن سطح خشن، وبعد ذلك ندرس الحالة العامة وفيها ينتشر الحقل الوارد - المكون من عدد مركبات - عن السطح الخشن وينفذ عبره إلى نصف فضاء آخر.

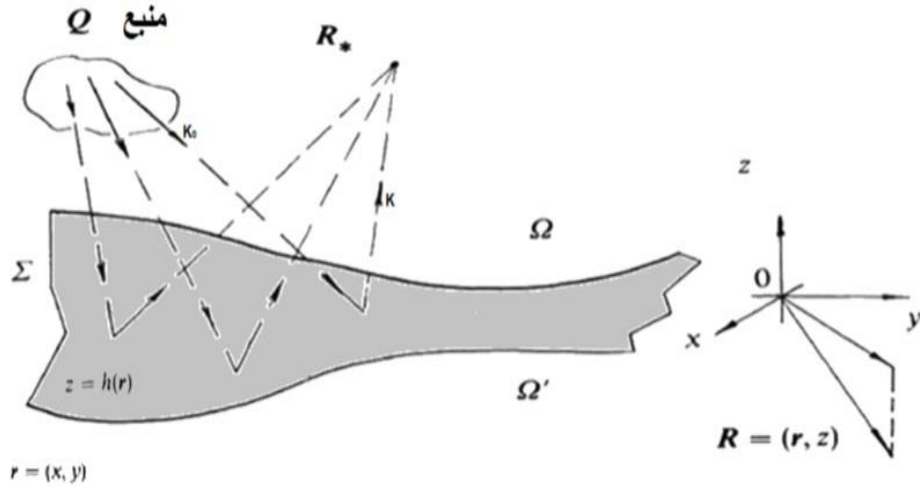
## 2.1- تعريف مسألة الانتثار

بداية لنعرف المسألة الرئيسية التي نريد حلها. لدينا نصفاً فضاء متجانسان  $\Omega$  و  $\Omega'$  يشتركان بسطح خشن  $\Sigma$ . يمكن للحقلين الموجيين  $\Psi$  و  $\Psi'$  أن ينتشرا في نصفي الفضاء. نفترض أن منبع الحقل  $Q$  موجود في  $\Omega$  فوق الحد (انظر الشكل 1). نفترض السطح  $\Sigma$  ثابتاً وأنّ إشعاع المنبع وحيد اللون بتردد  $\omega$ ، ما يعني معاملاً زمنياً من الشكل  $exp(-i\omega t)$  سيتم حذفه في كل ما يلي.

يولد المنبع إشعاعاً سينعكس عن السطح الفاصل ويمكن أن ينفذ إلى المنطقة  $\Omega'$ . هذه العملية ستترافق مع انعراج الموجة عن تعرجات السطح  $\Sigma$ . عموماً سندعو انتشاراً متأثر الحقل الموجية مع السطح الخشن أيّاً يكن هذا التأثير.

المسألة الرئيسية إذاً ستكون حساب الحقول الناتجة في المنطقتين  $\Omega$  و  $\Omega'$ .

سنستخدم الإحداثيات الديكارتية مع توجيه مناسب يكون فيه المحور  $z$  شاقولياً موجهاً نحو الأعلى. ونرمز شعاع الموضع  $\mathbf{R}$ ، ونرمز مركبته على المستوي الأفقي  $\mathbf{r}$ . وتكون معادلة السطح  $z = h(\mathbf{r})$ .



الشكل 1: المخطط الهندسي لمسألة الانتثار،  $\Omega$  و  $\Omega'$  نصفاً فضاء متجانسان يشتركان بسطح

خشن  $\Sigma$ ، منبع نقطي،  $Q$  شعاع الموضع  $\mathbf{R}$

نفترض السطح الفاصل مستوياً وسطياً، أي إنه يقع بأكمله ضمن الطبقة المحددة بـ  $h_{\min} < h(\mathbf{r}) < h_{\max}$  يوصف انتشار الموجة رياضياً باستخدام معادلة Helmholtz في الأوساط المتجانسة.

$$(\Delta + K^2)\Psi = Q \quad (1)$$

حيث  $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2$  اللابلاسي، و  $K = \omega/c$  رقم الموجة (wave number). في الحالة العامة يمكن أن يتكون الحقل الموجي من عدّة مركبات  $\Psi = \{\Psi_\sigma\}, \sigma = 1, 2, 3, \dots, n$ ؛ فعلى سبيل المثال في الأمواج الكهرومغناطيسية يتكون الحقل الموجي من مركبتين ( $n=2$ ) هما الموجتان المستقطبتان عرضياً. في الحالة العامة تختلف سرعة انتشار مركبات الموجة المختلفة. وسنبداً للتبسيط بدراسة الحالة السلمية (حقل بمكون وحيد).

### 1.2.1 دراسة انتشار موجة مستوية عن سطح خشن – حالة بعد وحيد [6]

نفترض إذاً حقلاً بمكون وحيد  $\Psi$ . عند السطح  $\Sigma$  يجب أن تتحقق شروط حدية معينة تكتب بشكل عام بالصورة:

$$\hat{\mathbf{B}}\Psi|_{z=h(\mathbf{r})} = \mathbf{0} \quad (2)$$

حيث  $\hat{\mathbf{B}}$  مؤثر خطي. في الحالة العامة هذا المؤثر غير محلي (nonlocal) أي لا يعتمد فقط على قيمة الحقل وجزء من مشتقاته المكانية في النقطة المأخوذة  $\mathbf{R} = [\mathbf{r}, h(\mathbf{r})]$ ، ولكن أيضاً على الحقل في جوار  $\mathbf{R}$  (يمكن أن نقول إن المؤثر يتعلّق بمشتقات الحقل من جميع الرتب عند النقطة  $\mathbf{R}$ ).

يمكننا الافتراض – من دون خسارة في العمومية – أن مشتقات الحقل وفق  $z$  هي من رتبة لا تزيد عن الواحد. بكتابة معادلة الانتشار (1) المتجانسة باستخدام المشتقات وفق  $x$  و  $y$  وتعويضها ضمن معادلة الشرط الحدي (2):

$$\int d\mathbf{r}' \left[ K_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\Psi(\mathbf{r}', z) + K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}', z)}{\partial z} \right] \Big|_{z=h(\mathbf{r}')} = \mathbf{0} \quad (3)$$

بافتراض النواة  $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  غير منحلّة أي يوجد تابع  $K^{-1}(\mathbf{r}', \mathbf{r})$  بحيث  $\int K^{-1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}') \cdot K(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}' = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  بالتالي يمكن حل (3) بالشكل

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} \Big|_{z=h(\mathbf{r}')} = \int M_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \Psi(\mathbf{r}', h(\mathbf{r}')) d\mathbf{r}' \quad (4)$$

$$M_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = - \int K^{-1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \cdot K_1(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') d\mathbf{r}'' \quad \text{حيث}$$

باستخدام العنصر السطحي  $d\mathbf{\Sigma} = [1 + (\nabla h)^2]^{1/2} d\mathbf{r}$  نستطيع إعادة كتابة الشرط الحدي (2) بالشكل

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\mathbf{R} \in \Sigma} = \int L_1(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \cdot \Psi(\mathbf{R}') d\mathbf{\Sigma}' \quad (5)$$

حيث من الممكن حساب  $L_1$  بدلالة  $M_1$ .

الآن نستطيع إيجاد  $\Psi$ :

$$\Psi(\mathbf{R})|_{R \in \Sigma} = \int L_2(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}'} \Big|_{R' \in \Sigma} d\Sigma' \quad (6)$$

حيث من الممكن حساب  $L_2$  بدلالة  $L_1$ .

هناك نوعان من الشروط الحدية التي يمكن استخدامها بشكل عام لحل المعادلة التكاملية:

○ شروط Neumann الحدية: لحل المعادلة التكاملية نوجد قيمة للمشتق، عندها تنعدم النواة  $L_1$  عند السطح الحدي في العلاقة (5)، فيصبح الحد

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{R \in \Sigma} = \mathbf{0} \quad (7)$$

وهي على سبيل المثال حالة انتشار الأمواج الكهرومغناطيسية ذات الاستقطاب الناظمي عن سطح ناقل مثالي (perfectly conducting surface)

○ شروط Dirichlet الحدية: لحل المعادلة التكاملية نوجد قيم للتابع نفسه، معادلة الشرط الحدي (6) عند  $L_2 = 0$

$$\Psi(\mathbf{R})|_{R \in \Sigma} = \mathbf{0} \quad (8)$$

وهي على سبيل المثال حالة انتشار الأمواج الكهرومغناطيسية ذات الاستقطاب المماسي عن سطح ناقل مثالي.

في حالة حقل كهرومغناطيسي ومن معادلات Maxwell تكتب الشروط الحدية عند سطح يفصل بين وسطين بخصائص كهرومغناطيسية مختلفة.

$$\begin{aligned} \hat{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0, \\ \hat{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= \rho_s, \\ \hat{n} \wedge (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) &= \mathbf{0}, \\ \hat{n} \wedge (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) &= \mathbf{j}_s \wedge \hat{n}, \end{aligned}$$

حيث:

○  $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$  الحقلان المغناطيسيان في نصفي الفضاء.

○  $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$  حقل الإزاحة الكهربائية (Electric displacement field) في نصفي الفضاء.

○  $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$  الحقلان الكهربائيان في نصفي الفضاء.

○  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$  حقل التحريض (Magnatic induction field) في نصفي الفضاء.

○  $\mathbf{j}_s$  شعاع كثافة التيارات السطحية على السطح.

○  $\rho_s$  كثافة الشحنات على السطح.

بالتالي في حالة الإنتشار عن سطح ناقل مثالي تنعدم عنده التيارات والشحنات تصبح الشروط الحدية

$$\begin{aligned} \hat{n} \cdot \mathbf{H}_1 &= 0, \\ \hat{n} \cdot \mathbf{E}_1 &= -\rho_s / \epsilon_1, \\ \hat{n} \wedge \mathbf{E}_1 &= 0, \\ \hat{n} \wedge \mathbf{H}_1 &= -\mathbf{j}_s \wedge \hat{n}, \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{Dirichlet EM Boundary condition} \\ & \text{Neuman EM Boundary condition} \end{aligned}$$

أي أنه من أجل كمية شحنات ثابتة على السطح يطبق شرط Neumann على المركبة المغناطيسية على من الحقل. ومن أجل كثافة تيارات معدومة أو كمون ثابت على السطح يطبق شرط Dirichlet على المركبة الكهربائية من الحقل.

لنفترض الان المؤثر  $L_1$  محلياً وبأخذ الشكل  $L_1(\mathbf{R}, \hat{\mathbf{R}}) = iKZ(\mathbf{R})\delta_\Sigma(\mathbf{R} - \hat{\mathbf{R}})$  حيث المقدار العقدي  $Z$  يدعى ممانعة (impedance)، وبالتالي يصبح الشرط في (5) ممثل لشرط ممانعة السطح الفاصل

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}} = iKZ(\mathbf{R})\Psi(\mathbf{R}), \mathbf{R} \in \Sigma \quad (9)$$

نعرف السماحية  $Y = Z^{-1}$  وباستخدامها نعيد كتابة (6)

$$\Psi(\mathbf{R}) = (iK)^{-1}Y(\mathbf{R})\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}}, \mathbf{R} \in \Sigma \quad (10)$$

بعد كتابة معادلة الحقل يمكن حساب متوسط تدفق الطاقة خلال ممانعة السطح وتساوي

$$I_n = Cte * Re\{Z\} * |\Psi|^2$$

في حالة ممانعة تخيلية صرفه فإن تدفق الطاقة عبر السطح الفاصل معدوم أما من أجل ممانعة ذات جزء حقيقي غير معدوم ( $Re\{Z\} > 0$ ) ستنفذ الطاقة من نصف الفضاء  $\Omega$  عبر السطح  $\Sigma$ .

الشرط الحدي (6) ليس كافياً لتحديد الحقل وإنما نحن بحاجة إلى تحديد قيمة الإشعاع عند اللانهاية، أي من أجل  $z \rightarrow +\infty$ . الحقل الموجي المنتشر يتكون فقط من أمواج صادرة، هنا الأمواج المنعكسة عن السطح الفاصل. إحدى أكثر الصيغ المطبقة لشرط الإشعاع هو مبدأ الحد عن طريق الامتصاص، وذلك عن طريق افتراض ضياعات صغيرة في الوسط تؤدّي إلى تخامد الحقل على المسار أثناء ابتعاده عن السطح:

$$\text{If } \text{Im}\{K\} = \epsilon > 0 \text{ then } \left\{ \begin{array}{l} \Psi \rightarrow 0 \\ Z \rightarrow +\infty \end{array} \right\} \quad (11)$$

نستخدم فيما يلي توابع Green في الفضاء الحر ( $G_0$ ) والتي تحقق معادلة Helmholtz المتجانسة

$$(\Delta + K^2)G_0 = \delta(\mathbf{R}) \quad (12)$$

يمكن كتابة (12) باستخدام تمثيل Fourier

$$G_0(\mathbf{R}) = (2\pi)^{-3} \int (K^2 - \xi^2)^{-1} \exp(i\xi \cdot \mathbf{R}) d^3\xi \quad (13)$$

الصيغة السابقة معرفة عند استخدام التمثيل التالي للتابع  $\delta$

$$(2\pi)^{-n} \int \exp(i\xi \cdot R) d^n \xi = \delta(\mathbf{R}) \quad (14)$$

حيث يمثل  $n$  عدد أبعاد الفضاء.

في (13) إذا كانت  $K$  حقيقية يسعى التكامل إلى اللانهاية عند  $|\xi| = K$ ، بالتالي يجب أن تحتوي  $K$  على جزء تخيلي موجب. يمكن حل هذا التكامل (المعادلة 13) للوصول إلى تمثيل لتوابع Green كترابك أمواج مستوية تنتشر للأعلى عندما  $z > 0$  وللأسفل عند  $z < 0$ . وتكامل (13) على  $\xi_z$  مع اعتبار الشعاع  $\mathbf{k} = (\xi_x, \xi_y)$  ثابتاً. ويعطينا حساب هذا التكامل باستخدام الرواسب:

$$G_0(\mathbf{R}) = -\frac{i}{8\pi^2} \int \exp[i\mathbf{k}\mathbf{r} + iq(k) \cdot |z|] q^{-1}(k) dk \quad (15)$$

وهي تدعى صيغة Weyl.

حيث المركبة  $q(k)$ :

$$q(k) = q_k = (K^2 - k^2)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

في هذه الصيغة يجب وضع:

$$q(k) > 0 \quad \text{for } |\mathbf{k}| < K \quad \bullet$$

$$q(k) = +i|K^2 - k^2|^{1/2} \quad \text{for } |\mathbf{k}| > K, \text{ i.e., } \text{Im}\{q\} \geq 0 \quad \bullet$$

باختيار أفرع الجذر التربيعي بهذا الشكل يكون مبدأ الحد عن طريق الامتصاص وشرط الإشعاع مستوفى. بالتالي هذه الأمواج سوف تتخامد بشكل أسي مع الابتعاد عن المنبع.

من (15) كل موجة مستوية عنصرية يمكن كتابتها بالصيغة:

$$\Psi = \Psi_0 \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \pm iq(k)z] \quad (17)$$

فيما يلي نختار سعة الأمواج المستوية بحيث يكون تدفق الطاقة وفق المحور  $z$  ثابتاً ومستقلاً عن  $\mathbf{k}$ ، وهذا يبرز كتابة أساس الأمواج المستوية الواردة بالصورة:

$$\Psi_k = q_k^{-1} \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - iq_k z] \quad (18)$$

والأمواج المستوية المنتشرة بالصورة:

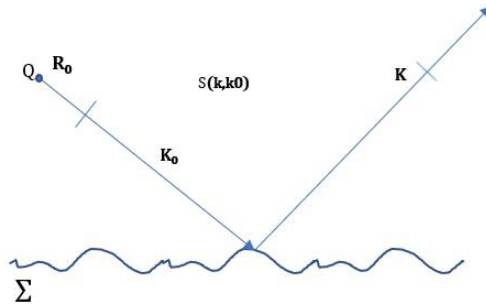
$$\Psi_k = q_k^{-1} \exp[ik \cdot r + iq_k z] \quad (19)$$

### 2.2.1 دراسة انتشار حقل متعدد المركبات عن سطح خشن

لوصف حالة الانتشار عن سطح خشن نستخدم تنسوراً  $S(k, k_0)$  يمثل سعة موجة مستوية ذات شعاع موجة  $\mathbf{K}$  مركبته المماسية  $k$ ، تنتج عن انتشار موجة مستوية أخرى ذات شعاع موجة  $\mathbf{K}_0$  مركبته المماسية  $k_0$  عن سطح خشن. (الشكل 2) سنبدأ هذه الدراسة بحالة نصف فضاء وحيد محدود بسطح خشن  $\Sigma$ . تنتشر الأمواج وفق معادلة Helmholtz وتحقق الشرط الحدي (2) وليكن لدينا منبع نقطي في نقطة  $\mathbf{R}_0$ :

$$Q(\mathbf{R}) = \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0) \quad (20)$$

حيث  $\mathbf{R}$  شعاع الموضع. نأخذ موضع المنبع اعتباطياً، وهذا لن يؤثر على عمومية المسألة نتيجة استخدام مبدأ التراكب بحيث يكون الحقل الناتج هو مجموع جميع الحقول التي يمكن أن تصدر عن توزيع منابع نقطية:



الشكل 2: موجة مستوية واردة (شعاع الموجة  $\mathbf{K}_0$ ) من منبع نقطي  $Q$  والموجة المنتشرة الناتجة عنها (شعاع الموجة  $\mathbf{K}$ )

$$\Psi(\mathbf{R}) = \int G(\mathbf{R}, \mathbf{R}') Q(\mathbf{R}') d\mathbf{R}' \quad (21)$$

سندرس الحالة العملية المهمة والتي تكون فيها جميع الحقول الناتجة من هذه المنابع فوق السطح أي  $Q(\mathbf{R}) \neq 0$  فقط من أجل  $z > \max h(r)$ . سنستخدم  $\Psi_{in}$ ، حل المعادلة (1) في غياب السطح  $\Sigma$  وانتشار الحقل ضمن وسط متجانس. هذا الحقل هو الإصدار العنصري من المنبع  $Q$  وسيرد على السطح الخشن. في الحالة العامة تعطى عبارة  $\Psi_{in}$  بالصورة:

$$\Psi_{in}(\mathbf{R}) = \int G_0(\mathbf{R} - \mathbf{R}') Q(\mathbf{R}') d\mathbf{R}' \quad (22)$$

حيث  $G_0$  هو تابع Green في حالة فضاء متجانس. يمكن تمثيل  $G_0$  بشكل تراكم من الأمواج المستوية الواردة من المنبع فيكون:

$$\Psi_{in} = \int \mathbf{a}(k) q^{-1}(k) \exp [i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i q(k) z] dk \quad (23)$$

حيث  $a(k)$

$$a(k) = -\left(\frac{i}{8\pi^2}\right) \int q^{-1}(k) \exp[-i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}' + i q(k) z'] Q(\mathbf{r}', z') d\mathbf{r}' dz' \quad (24)$$

حيث  $\mathbf{k}$  المركبة المماسية لشعاع الموجة. وبما أن المنبع فوق السطح ويمكن تطبيق مبدأ التراكب على الأمواج الواردة على السطح، يصبح كافياً دراسة حالة موجة مستوية وحيدة ترد إلى السطح  $\Sigma$  ولها شعاع موجة ذو مركبة مماسية  $k_0$

$$\Psi_{in} = q^{-1}(k_0) \exp[i \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i q(k_0) z] \quad (25)$$

نتيجة تأثره مع السطح يولد هذا الحقل حقلاً منتشراً  $\Psi_{sc}$  وتكون محصلة الحقل الكلي في الوسط هي مجموع الحقلين:

$$\Psi = \Psi_{in} + \Psi_{sc} \quad (26)$$

يجب أن يحقق الحقل المنتشر شرط الاشعاع  $\left\{ \begin{array}{l} \Psi \rightarrow 0 \\ z \rightarrow +\infty \end{array} \right\}$ . ويجب أن يتكون هذا الحقل فقط من أمواج صادرة (outgoing waves). ومن هنا يكون الحل العام لمعادلة Helmholtz المتجانسة مكوناً من أمواج تنتشر أو تتخامد في الاتجاه  $z$  وتأخذ الصيغة التالية:

$$\Psi_{sc}(\mathbf{R}) = \int b(k) q^{-1}(k) \exp[i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i q(k) z] dk \quad (27)$$

حيث ترتبط السعة  $b(k)$  بالحقل الوارد  $\Psi_{in}$ .

بأخذ  $\Psi_{in}$  وتعويض السعة  $b(k)$  بدلالة  $S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  الموافق (نذكر بأن التنسور  $S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  هو سعة انتشار الموجة  $\mathbf{k}_0$  باتجاه الموجة  $\mathbf{k}$ )، يكتب حل مسألة الحدود الأساسية (1,2) بالصيغة التالية:

$$\Psi = q_0^{-1} \exp(i \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i q_0 z) + \int S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) q^{-1} \exp(i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + i q z) dk \quad (28)$$

حيث  $q \stackrel{\text{def}}{=} q(k)$  وبشكل مشابه  $q_0 \stackrel{\text{def}}{=} q(k_0)$ .

في هذه الحالة يجب التأكيد على أن  $\mathbf{k}_0$  و  $\mathbf{k}$  يمكن أن تأخذا جميع القيم الحقيقية الممكنة. فعندما يكون  $|\mathbf{k}_0| < K$  (عدد الموجة) يكون لدينا حالة ورود موجة متجانسة إلى السطح، وعند  $|\mathbf{k}_0| > K$  لدينا ورود موجة غير متجانسة إلى السطح تتخامد سعتها عند السطح. في حالة  $|\mathbf{k}| < K$  لدينا موجة مستوية منتشرة عن السطح، وعند  $|\mathbf{k}| > K$  لدينا موجة متلاشية تتخامد أسياً. تصف سعة الانتشار  $S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  جميع سيرورات انتشار الأمواج الممكنة السابقة: واردة متجانسة-صادرة متجانسة أو واردة غير متجانسة-صادرة متجانسة ...

من أجل سعة انتشار معروف يصبح التعبير عن تابع Green أبسط:

من المعادلة (20) نعرف المنبع النقطي بالصيغة التالية:

$$Q(\mathbf{r}', z') = \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)\delta(z' - z_0)$$

حيث فرقنا شعاع الموضع  $\mathbf{R}$  إلى مركبة مماسية  $\mathbf{r}$  ومركبة وفق المحور  $z$ . وبما أنه يمكن اعتبار الحقل الناتج عن المنبع النقطي تراكباً من موجات مستوية من الشكل

$$\int \Psi_{in} = a(\mathbf{k}_0) \cdot q_0^{-1} \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - iq_0 z) d\mathbf{k}_0 \quad (29)$$

$$a(\mathbf{k}_0) = -\frac{i}{8\pi^2} q_0^{-1} \exp(-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0 + iq_0 z_0) \quad \text{حيث}$$

نتابع من (28)

$$\begin{aligned} G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = & G_0(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0) \left( -\frac{i}{8\pi^2} \right) \\ & \times \left\{ \int q^{-1} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + iqz) S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) q_0^{-1} \exp(-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0 \right. \\ & \left. + iq_0 z_0) d\mathbf{k} d\mathbf{k}_0 \right\} \quad (30) \end{aligned}$$

إن وصف انتشار الأمواج اعتماداً على سعة الانتثار أو على توابع Green متكافئان من حيث المبدأ؛ ولكن وصف المسألة بواسطة سعة الانتثار له فوائد عملية خصوصاً في الحالات التي تأخذ بعين الاعتبار إحصاءات التجانس المكاني لخشونة السطح  $h(\mathbf{r})$ ، حيث نحصل على توصيف الانتثار بالاعتماد على قواعد مرتبطة ببيانات السطح الإحصائية. في الحالة العملية يمكن التعبير عن معاملات الانتثار الإحصائية المقاسة تجريبياً بسهولة باستخدام العزوم الإحصائية لسعة الانتثار.

لنفترض الآن حقلاً وارداً مكوناً من عدة مركبات:  $\Psi(\mathbf{R}) = \Psi_i(\mathbf{R})$ ,  $i = 1, \dots, N$ ، حيث  $\Psi_i$  مركبات حقول كهربائية ومغناطيسية. في هذه الحالة يمكن أن تنتشر في الوسط عدة أنواع من الأمواج المستوية لكل منها  $\sigma$  استقطاباً ( $\sigma = 1, 2, \dots, m$ ). بشكل عام كل من هذه المركبات تملك سرعة انتشارها الخاصة  $c = c_\sigma$  (من أجل وسط متجانس تكون هذه السرعة ثابتة). بالتالي الحلول البسيطة تكون بشكل أمواج مستوية كل منها يحقق المعادلة  $(\Delta + K_\sigma^2)\Psi_i^\sigma = 0$  حيث  $K_\sigma = \omega/c_\sigma$  ويأخذ كل منها الشكل التالي:

$$\Psi_i^\sigma(\mathbf{R}) = \uparrow \downarrow A_i^\sigma(\mathbf{k}) q_\sigma^{-1}(k) \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \pm q_\sigma(k)z] \quad (31)$$

حيث:

$$\circ \quad q_\sigma(k) = (K^2 - k^2)^{1/2} \quad \text{من أجل كل } \sigma \text{ معطاة لدينا الموجة ذات الاستقطاب من الرتبة } \sigma.$$

$$\circ \quad \text{النوابت } A_i^\sigma \text{ (or } \downarrow A_i^\sigma) \text{ من أجل } \sigma \text{ و } i \text{ محددتين تكون مرتبطة فيما بينها، ومحددة بمعامل ثابت يمكن اختياره}$$

بحيث يكون تدفق الطاقة وفق  $z$  ثابتاً ويساوي 1.

عند وصول موجة واردة معينة محددة بشعاع موجتها واستقطابها ( $k = k_0$  و  $\sigma = \sigma_0$ ) إلى السطح، سنتج أمواج منتشرة بجميع حالات  $k$  و  $\sigma$  الممكنة وكنتيجة لذلك يكتب الحقل المنتشر بالشكل:

$$\Psi_i^{(sc)} = \sum_{\sigma=1}^m \int dk S_{\sigma\sigma_0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \uparrow A_i^\sigma(\mathbf{k}) q_{\sigma}^{-1} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + iq_{\sigma}z) \quad (32)$$

تعتمد سعة الانتشار في حالة الحقول متعددة المركبات على مؤشرات منفصلة  $\sigma$  و  $\sigma_0$  بالإضافة إلى  $\mathbf{k}$  و  $\mathbf{k}_0$ . وتصف سعة الانتشار  $S_{\sigma\sigma_0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  الانتشار من الموجة  $(\sigma_0, \mathbf{k}_0)$  إلى الموجة  $(\sigma, \mathbf{k})$ . بالتالي من الممكن ترتيب المصفوفة المربعة التالية من مكونات سعة الانتشار:  $S_{\sigma\sigma_0}$

$$\hat{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \begin{bmatrix} S_{11}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) & \dots & S_{1m}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) & \dots & S_{mm}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \end{bmatrix} \quad (33)$$

يمكن بناء تابع Green من أجل مسألة الحقل متعدد المركبات بطريقة مشابهة لمسألة الحقل السلمي: المنبع النقطي  $\mathbf{R}_0 = (\mathbf{r}_0, z_0)$  المتوضع فوق السطح (أي  $z_0 > h_{\max}$ ) يولد حقلاً يرد إلى السطح  $\Sigma$  على صورة تراكب أمواج مشابهة لتلك المبينة في المعادلة (31) من أجل قيم متعددة ل  $\sigma_0$  و  $k_0$ :

$$\Psi_i^{(in)}(\mathbf{R}) = \sum_{\sigma_0=1}^m \int d\mathbf{k}_0 \downarrow A_i^\sigma(\mathbf{k}_0) q_{\sigma_0}^{-1}(k_0) \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - iq_{\sigma_0}z) a_{\sigma_0}(\mathbf{k}_0) \quad (34)$$

$$a_{\sigma_0}(\mathbf{k}_0) = -(i/8\pi^2) \alpha^{\sigma_0}(\mathbf{k}_0) q_{\sigma_0}^{-1}(k_0) \exp[-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0 + iq_{\sigma_0}(k_0)z_0]$$

حيث  $\alpha_{\sigma_0}(k_0)$  هي ثوابت تتعلق بالمنبع النقطي. وبما أنّ كل موجة شاركت بالتراكب ستنتشر، سيكون الحقل الناتج عن الانتشار مجموعاً لكل الحقول التي يمكن أن تنتشر عن نقطة من السطح  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}, z)$ ، بالتالي نكتب تابع Green المرتبط فقط بالحقل المنتشر:

$$\begin{aligned} G_i^{(sc)}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) &= -\frac{i}{8\pi^2} \sum_{\sigma, \sigma_0} \int dk d\mathbf{k}_0 \uparrow A_i^\sigma(\mathbf{k}) q_{\sigma}^{-1}(k) \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + iq_{\sigma}(k)z] \\ &\times S_{\sigma\sigma_0}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \alpha^{\sigma_0}(\mathbf{k}_0) q_{\sigma_0}^{-1}(k_0) \exp[-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_0 + iq_{\sigma_0}(k_0)z_0] \end{aligned} \quad (35)$$

### 3.2.1 حساب سعة الانتشار في الحالة العامة - حالة سطح $\Sigma$ يفصل بين نصفي فضاء متجانسين

عندما يكون السطح  $\Sigma$  بين نصفي فضاء متجانسين  $\Omega_1$  و  $\Omega_2$ ، الشكل (3) نفترض الحقول سلمية في كلا نصفي الفضاء بالتالي تكتب الموجة المستوية العنصرية بالصيغة:

$$\Psi_{in}^{(1)} = \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - iq_0^{(1)}z) \cdot \frac{D_0^{(1)}}{q_0^{(1)}} \quad (36)$$

حيث  $q_0^{(1)} \stackrel{\text{def}}{=} q^{(1)}(k_0) = (\omega^2/c_1^2 - k_0^2)^{1/2}$  ويتم اختيار إشارة الجذر التربيعي كما فعلنا في الحالة السابقة (المعادلتين (15,16).

تختلف المعادلة (36) عن الحالة السابقة (المعادلة 17) بالمعامل  $D^{(1)}(k_0)$  والذي قدم هنا لتوزيع السعة بين الوسطين. ويجب



الشكل 3: حالة سطح فاصل بين نصفي فضاء متجانسين

اختياره بشكل يبقي تدفق الطاقة وفق الاتجاه  $z$  في كلا الوسطين مساوياً لـ 1. وبشكل مماثل نكتب معادلة الموجة المستوية المنتشرة في كل من الوسطين بالصورة:

$$\Psi_{sc}^{(1)} = \exp \frac{(ik \cdot \mathbf{r} + iq^{(1)}z)D^{(1)}}{q^{(1)}} \quad z > h(\mathbf{r})$$

$$\Psi_{sc}^{(2)} = \exp \frac{(ik \cdot \mathbf{r} - iq^{(2)}z)D^{(2)}}{q^{(2)}} \quad z < h(\mathbf{r}) \quad (37)$$

$$q^{(2)} \stackrel{\text{def}}{=} q^{(2)}(k) = (\omega^2/c_2^2 - k^2)$$

بنفس الأسلوب السابق يمكن استنتاج الأمواج المنتشرة في كل من الوسطين واستنتاج سعات الانتثار التي تكتب بالصيغة  $S_{\sigma\sigma_0}^{NN_0}(k, k_0)$  ( $N, N_0 = 1, 2$ ) حيث تصف سعة الانتثار كما في حالة وسط وحيد وهنا يرمز  $N$  للوسط الذي يتم فيه الانتثار ( $\Omega_1$  أو  $\Omega_2$ )، و  $N_0$  للوسط الذي انتشرت فيه الموجة الواردة ( $\Omega_1$ ). من أجل قيم محددة لكل من  $N$  و  $N_0$  تشكل قيم  $S_{\sigma\sigma_0}^{NN_0}(k, k_0)$  مصفوفةً أبعادها مساوية لعدد الأمواج التي تنتشر في كل من الوسطين.

### 4.2.1 نظريات وتقريبات انتثار موجة عن سطح خشن عشوائي

نستعرض فيما يلي بعض النظريات والطرق المستخدمة في إيجاد تقريب للحقل المنتشر ونبين المجال الذي يمكن اعتبار التقريب صالحاً ضمنه في كل منها. ونذكر إضافةً إلى ذلك سعة انتثار الحقل الكهرومغناطيسي الذي من الممكن استخدامه في إيجاد النماذج الخطية عند اجراء التجارب الرقمية.

نبدأ بالصيغة العامة لسعة انتشار حقل كهرومغناطيسي، الحقل المنتشر عن سطح في منطقة بعيدة عنه:

$$E_s(\mathbf{R}) = \int \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + iq_k z}}{q_k} S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) d\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{E}}_0 \quad (38)$$

حيث  $\hat{\mathbf{E}}_0$  هو الحقل الوارد إلى السطح،  $\mathbf{k}$  و  $\mathbf{k}_0$  المركبتان المماسيتان لشعاعي الموجة  $\mathbf{K}$  و  $\mathbf{K}_0$  الواردة والمنتشرة على الترتيب، و  $q_k, q_0$  المركبتان الناظميتين ( $\mathbf{K} = (\mathbf{k}, q_k)$  و  $\mathbf{K}_0 = (\mathbf{k}_0, -q_0)$ )، ويكون  $k^2 + q_k^2 = k_0^2 + q_0^2 = K^2$ .

$S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$  سعة الانتشار وهو مصفوفة ثنائية، وأخيراً الشعاع  $\mathbf{R}$  هو شعاع الموضع،  $r$  مسقطه على المستوي الأفقي  $\mathbf{XY}$ .

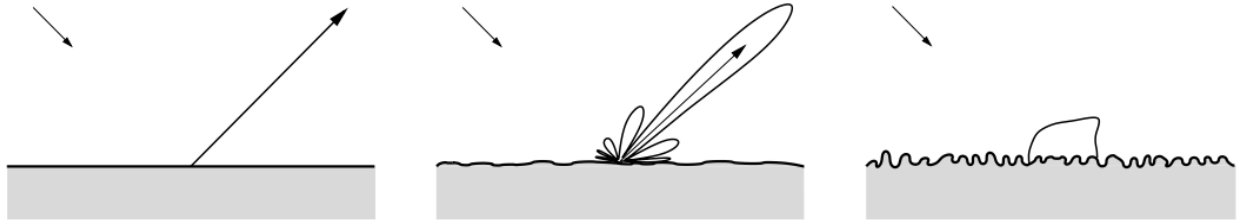
وعندما  $R \rightarrow +\infty$

$$E_s(\mathbf{R}) = 2\pi \frac{e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}}}{iR} S(k, k_0) \cdot \hat{\mathbf{E}} \quad (39)$$

حيث  $\hat{\mathbf{E}}$  شعاع الواحدة.

### 1.4.2.1 - طريقة الاضطراب الصغير (Small perturbation method)

طريقة الاضطراب الصغير هي الطريقة الأقدم وربما الأكثر شيوعاً في دراسة الانتشار عن الأسطح الخشنة. قدمها Rayleigh واعتمد فيها على فرضية أن أثر الانتشار ضعيف وأن الحقل المشوه (المركبات غير المترابطة) المنتشر عن سطح خشن لا يتعد كثيراً (يكون ضمن مخروط محوره المركبة المرتبطة وزاوية رأسه يحددها متوسط انحدارات السطح) عن الحقل المنعكس وفق شرطي Descartes<sup>1</sup> (انظر الشكل 4.a و 4.b). وبالتالي افترض أن تمثيل الحقل بموجات صادرة فقط يبقى صحيحاً على السطح أيضاً. هذا يسمح بإعادة كتابة الشروط الحدية على السطح باستخدام سعة الانتشار وتبسيط تعريف الحقل المنتشر. [7, pp. 5,6]. سنفصل هنا طريقة حساب سعة الانتشار كما وردت في [6]



الشكل 4: (a) حالة انتشار عن سطح أملس انعكاس تام (b) انعكاس عن سطح قليل الخشونة، الجزء الأكبر عبارة عن مركبات مترابطة تنعكس وفق شرطي Descartes (c) انعكاس عن سطح خشن، الجزء الأكبر مركبات غير مترابطة [8]

<sup>1</sup> شرطا انعكاس Descartes: - الشعاع المنعكس يقع في مستوي واحد مع الشعاع الوارد والناظم في نقطة الورد. - زاوية الورد تساوي زاوية الانعكاس.

نعرف المسألة الحدية:

$$\begin{cases} (\Delta + K^2)\Psi = Q, & R \in \Omega_1 \\ \hat{B}\Psi|_{\Sigma} = 0, \end{cases}$$

$$\Psi = \Psi_{in} + \Psi_{sc}$$

عند وصول الحقل الوارد  $\Psi_{in}$  إلى السطح يتولد حقل منتشر تكون قيمته في نقطة المراقبة  $R_*$

$$\Psi_{sc}(R_*) = - \int_{\Sigma} \{ [\Psi]_{z=h(r)} \cdot \frac{\partial}{\partial n} G_0(R - R_*) - [\frac{\partial \Psi}{\partial n}]_{z=h(r)} \cdot G_0(R - R_*) \} d\Sigma \quad (40)$$

باستخدام (15) يمكن كتابة تابع Green بين النقطتين  $R$  و  $R_*$

$$G_0(R - R_*) = - \frac{i}{8\pi^2} \int \frac{\exp[-ik \cdot (r - r_*) + iq_k |z - z_*|] dk}{q_k} \quad (41)$$

نختار نقطة المراقبة  $R_* = (r_*, z_*)$  بحيث يكون  $z_* > \max h(r)$  بتبديل  $z=h(r)$  نحصل على الحقل المنتشر في  $R_*$  بدلالة الحقل على السطح

$$\Psi_{sc}(r_*, z_*) = \int S(k) \cdot q_k^{-1} \exp(ik \cdot r_* + iq_k z_*) dk \quad (42)$$

$$S(k) = - \frac{1}{2} \int \left\{ (q_k + k \nabla k) \cdot [\Psi]_{z=h(r)} + i[1 + (\nabla h)^2]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial n} \right]_{z=h(r)} \right\} \exp[-ik \cdot r + iq_k h(r)] \frac{dr}{(2\pi)^2} \quad (43)$$

المقدار  $S(k)$  مرتبط بالموجة الواردة.

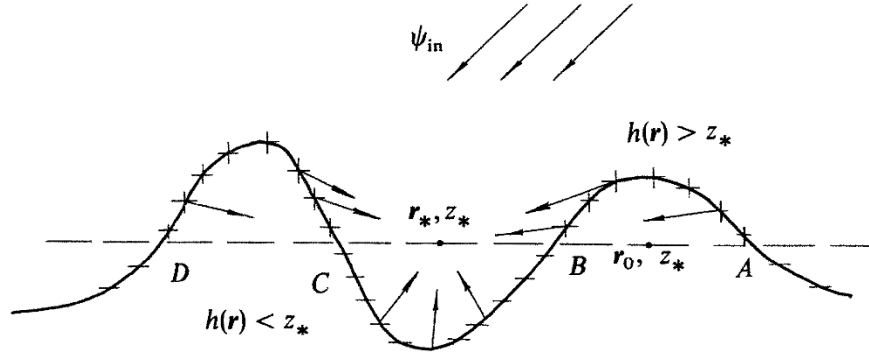
في حالة موجة مستوية

$$\Psi_{in} = q_0 \exp(ik_0 \cdot r + iq_0 z) : q_0 = q(k_0)$$

فإن  $S(k)$  يتوافق مع تعريف سعة الانتشار  $S(k, k_0)$  المذكور سابقا

حسب فرض Rayleigh العلاقة السابقة محققة من أجل قيم  $z_* = 0 < \max h(r)$  ويمكن نعوض قيمة الحقل المنتشر (42) في علاقة الشرط الحدي (2) ونوجد معادلات  $S$ .

**ملاحظة:** في 1953 أشار Lippman [2] إلى أن هذا الفرض غير صحيح في الحالة العامة فهو يهمل المنابع النقطية السطحية عندما  $z_* < z = h(r)$  لأنه لا يأخذ بالحسبان إلا الأمواج الصاعدة، بينما يصل من هذه المنابع أمواج هابطة كما في

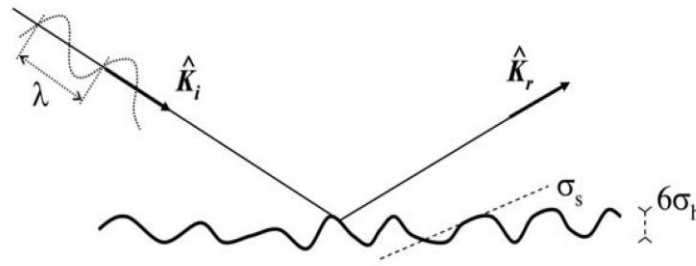


الشكل 5: المنابع السطحية والموجات الصاعدة والهابطة

الشكل (5). من جهة ثانية أظهر Petit and Cadilhac في 1966 [3] أن تمثيل الحقل حسب افتراض Rayleigh في حالة سطح جبي من الشكل  $h = a \cos(px)$  غير صالح من أجل قيم انحدارات (slopes)  $ap > 0.448$

تسمى المنهجية السابقة SPM1 ويذكر المرجع [8] أنها محققة من أجل  $k_0 \sigma_h < 0.3$  and  $\sigma_s < 0.3$  حيث  $\sigma_s$  الانحراف المعياري للانحدارات و  $\sigma_h$  الانحراف المعياري للارتفاعات في حالة التوزيع الاحتمالي لارتفاعات السطح تتبع توزيعاً غاوسياً (5.2.1 والشكل 6).

يجب أن يكون طول الموجة هنا أكبر من الانحراف المعياري للارتفاعات  $\sigma_h$  بالتالي تعتبر هذه الطريقة من الطرق منخفضة التردد. هناك عدد من الأعمال عاجلت الحالات التي يكون فيها الانحراف المعياري أكبر من ذلك؛ فأضافت حدوداً أخرى إلى SPM فأصبح هناك SPM1 و SPM2 و SPM3 و SPM4 تختلف عن بعضها بأخذ حدود من درجة أعلى في الاضطراب.



الشكل 6: سطح خشن عشوائي يحقق SPM1

نذكر أخيراً أن سعة الانتثار للحقل الكهرومغناطيسي الذي يستخدم في التجارب الرقمية في طريقة الاضطرابات الصغيرة حتى الرتبة الثانية يحسب كالتالي:

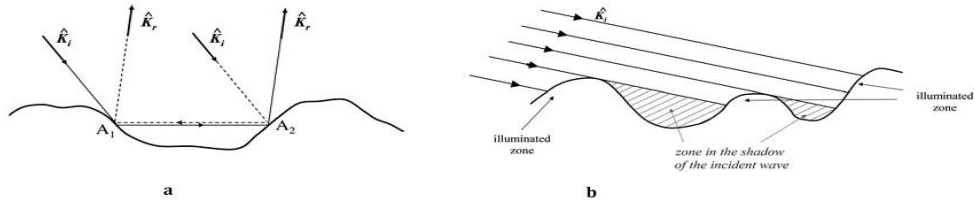
$$S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{B(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)}{Q_z} \delta(Q_H) - iB(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \hat{\eta}(Q_H) - Q_z \int_{\xi} B_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \xi) \hat{\eta}(\mathbf{k} - \xi) \hat{\eta}(\xi - \mathbf{k}_0) d\xi \quad (44)$$

حيث

$\hat{\eta}$ : تحويل فورييه للارتفاعات  $h(r)$  و  $\mathbf{Q}_H = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$  و  $Q_z = q_k + q_0$  و  $B(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ : هي نواة SPM1 و  $B_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \xi)$ : هي نواة SPM2 وقيمهما موجودة في المرجع [8]

### 2.4.2.1 تقريب المستوي المماسي (TPA) Tangent plane approximation

يسمى أيضا تقريب Kirchhoff. في هذا النموذج يتم تمثيل الحقل في نقطة من السطح بالحقل الذي سينتجه المستوي المماسي للسطح في النقطة نفسها. وبالتالي فإنه لا يتعلق إلا بمعامل انعكاس Fresnel من أجل زاوية الورد في هذه النقطة. TPA هو تقريب محلي، حيث أن الحقل المفترض عند نقطة من السطح لا يعتمد على السطح في مكان آخر، وبالتالي لا يفسر الانتشار المتعدد. القيد الثاني الواضح هو أنه لا يأخذ تأثيرات الانحناء (curvature). ومن ثم، فإن هذا التقريب ينطبق على الأسطح المتموجة بلطف وزوايا الورد التي تكون فيها آثار التظليل والتشتت المتعددة ضئيلة للغاية (انظر الشكل 7). [7]



ويذكر المرجع [8] أن هذا التقريب صالح من أجل  $1 \gg kR_c \cos^3 \theta_0$ ، حيث  $R_c$  نصف قطر التقوس المتوسط لتعرجات

الشكل 7: (a) ظاهرة الانعكاس المتعدد (b) ظاهرة التظليل

السطح و  $\theta_0$  زاوية الورد و  $k$  رقم الموجة (انظر الشكل 8).

كما كتبنا في المعادلة (40)

$$\Psi_{sc}(\mathbf{R}_*) = - \int_{\Sigma} \{ [\Psi]_{z=h(r)} \cdot \frac{\partial}{\partial n} G_0(\mathbf{R} - \mathbf{R}_*) - [\frac{\partial \Psi}{\partial n}]_{z=h(r)} \cdot G_0(\mathbf{R} - \mathbf{R}_*) \} d\Sigma$$

يكتب تابع Green ويعطى بالعلاقة:

$$G(\mathbf{R}_*, \mathbf{r}_s) = \frac{\exp(ik|\mathbf{R}_* - \mathbf{R}|)}{|\mathbf{R}_* - \mathbf{R}|}$$

يكتب الحقل المنعكس عن نقطة من السطح

$$\Psi_{sc}(\mathbf{R}) = A(1 + r_f) \exp(ik_{01}\mathbf{R})$$

$$\left(\frac{\partial \Psi_{sc}}{\partial n}\right)_R = iA(\hat{\mathbf{n}}\mathbf{k}_{01})(1 - r_f) \exp(i\mathbf{k}_{01}\mathbf{R})$$

حيث  $R$  شعاع الموضع لنقطة من السطح و  $r_f$  معامل الانعكاس العقدي.

$$\mathbf{k}_{01} = k(-\sin \theta_1, 0, -\cos \theta_1)$$

$\theta_1$  زاوية ورود الحقل على السطح.

$$\mathbf{R} = (x, y, h(x, y))$$

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{1}{\sqrt{h_x'^2 + h_y'^2 + 1}}(-h_x'(x, y), -h_y'(x, y), 1)$$

حيث  $h_x'(x, y)$ ،  $h_y'(x, y)$  المشتقان الجزئيان لـ  $h(x, y)$

ويمكن كتابة

$$\frac{\partial G}{\partial n} = -ikn_z \cos(\theta_2) \cdot G$$

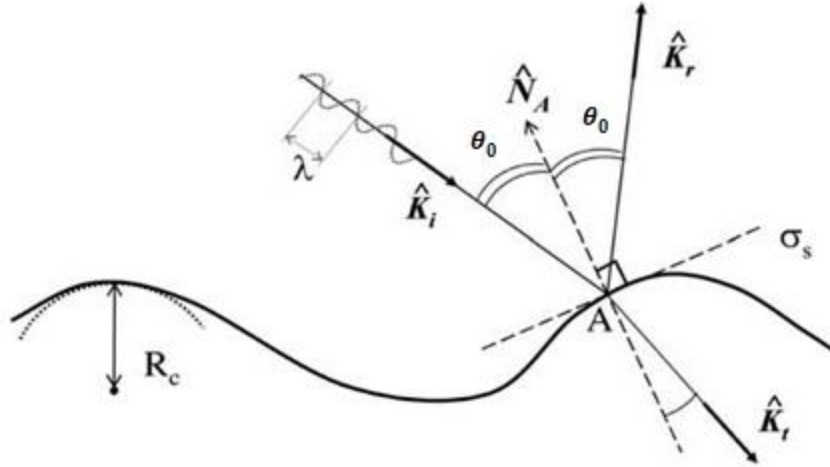
$$d\Sigma = \sqrt{h_x'^2 + h_y'^2 + 1} dx dy$$

$$E(\mathbf{R}_*)$$

$$= \int_{\Sigma} \left\{ A(1 + r_{f0}) \exp[i\mathbf{k}_1\mathbf{R}(x, y)] \left(-\frac{ik}{R}\right) \cos(\theta_2) \exp[i\mathbf{k}\mathbf{R}_*(x, y)] \right\} dx dy$$

$$- \int_{\Sigma} ikA(1 - r_{f0}) [h_x'(x, y) \sin(\theta_1) - \cos(\theta_1)] \times \exp[i\mathbf{k}_1\mathbf{R}(x, y)] \exp[i\mathbf{k}\mathbf{R}_*(x, y)] / R dx dy$$

وبالتالي يمكن استنتاج سعة الانتشار



الشكل 8: سطح خشن عشوائي يحقق TPA

يتضح أن كتابة سعة الانتثار لسطح عشوائي باستخدام TPA كما هو مكلف جداً رقمياً ولذلك تستخدم طرق لتبسيطه نستعرض بعضها فيما يلي:

طريقة الضوء الهندسي Geometric Optics (GO) المقدم من Eckart 1953 [9]: وفيه يفترض أن الشدة الناتجة عن المركبات المترابطة معدومة. ويطبق اعتباراً من انحراف معياري للارتفاعات يحقق  $\sigma_h > \lambda/4$

طريقة الصفحة المستقرة method of stationary phase (MSP) [10] حيث يفترض هذا التقريب أن النقاط التي تشارك في عملية الانتثار هي فقط النقاط التي تعكس الموجة الواردة باتجاه مرآوي (specularly) على سطح المراقبة. تسمى هذه الطريقة أيضاً تقريب كيرشوف ذا التردد المرتفع HF-KA لأنها تفترض أن السطح خشن مقارنة بطول الموجة. وهو صالح من أجل  $\sigma_h \cos \theta_0 > \frac{\lambda_0}{8n_1}$  حيث  $n_1$  هي قرينة انكسار الوسط.

من أجل حقل كهرومغناطيسي يحسب سعة الانتثار في MSP كالتالي [8]

$$S(k, k_0) = \frac{K(k, k_0)}{Q_z} \int_r e^{-iQ_z h(r)} e^{-iQ_H r} dr \quad (45)$$

تعريف  $Q_z$  و  $Q_H$  كما في المعادلة (44)

قيم النواة  $K(k, k_0)$  مذكورة في [8].

### 3.4.2.1 - التقريبات الموحدة للنظريات Unifying theories

طورت هذه النماذج بهدف تطبيقها بغض النظر عن طول الموجة المستخدم يمكن أن تطبق فقط نتيجة لزيادة تعقيد النموذج المقارب وهناك عدة نظريات في الكهرومغناطيسية قدمت لتقليل الاختلاف بين النموذجين السابقين.

النموذج ذو القياسين Two-Scale Model (TSM): اسمه يدل على أنه يتعامل مع مجالين للخشونة حيث يستخدم SPM1 من أجل الارتفاعات الصغيرة و GO من أجل الارتفاعات الكبيرة. ولكن يجب الإشارة إلى أنه يجب اختيار رقم موجة القطع  $k_c$  (cut-off wavenumber) بشكل مناسب وحسابه يرتبط بعدد كبير من المعاملات، استخدم لحساب الانتثار عن سطح البحر.

تقريب الانحدارات الصغيرة Small-Slope Approximation (SSA): قدم من قبل Voronovich [6] [8] وفيه أضاف معامل تصحيح على قيم سعة الانتثار ل SPM وكانت هناك سلسلة من التوسيعات من SSA، SSA0، SSA1 وهو محقق من أجل قيمة RMS لانحدارات السطح أقل من زوايا الورود في الموجات الواردة والصادرة. من أجل حقل كهرومغناطيسي تحسب سعة الانتثار [8]

$$S(k, k_0) = \frac{B(k, k_0)}{Q_z} \int_r e^{-jQ_z h(r)} e^{-jQ_H \cdot r} dr - i \int_r \int_{\xi} M[(k, k_0; \xi) \hat{\eta}(\xi) e^{+i\xi \cdot r} d\xi e^{-iQ_z h(r)} e^{-jQ_H \cdot r} dr \quad (46)$$

تعريف  $Q_z$  و  $Q_H$  كما في المعادلة (44)

$$M(k, k_0; \xi) = \frac{1}{2} [B_2(k, k_0; k - \xi) + B_2(k, k_0; k + \xi) - B(k, k_0)]$$

#### 4.4.2.1 - مراجعة

استعرضنا في هذه الفقرة (4.2.1) عدداً من التقريبات المستخدمة في حساب الحقل لم نستخدم جميع هذه التقريبات في حسابنا وإنما درسناها لاختيار التقريب الأنسب للاستخدام في الحالة المدروسة. توجد مراجعة واسعة قام بها Elfouhaily and Guérin [7].

فيما يلي سنقدم مقارنة أخرى للسطح الخشن وذلك بتوصيفه إحصائياً.

#### 5.2.1 الوصف الإحصائي لسطح خشن

لا يوجد في الواقع سطوح مستوية مثالية وإنما سطوح خشنة تنتج عن طبيعة مادة السطح وطريقة تحضيره وتفاعله مع البيئة المحيطة. بالتالي أي سطح حقيقي (سنصطلح على تسميته سطحاً خشناً) يمثل بمتحول أو مجموع متحولات عشوائية وتوصف خصائص الخشونة لسطح حقيقي معرف بالمعادلة ( $z = h(\mathbf{r})$ ) عن طريق توصيف تغيرات الارتفاع ويتم ذلك بشكل أساسي بتعريف تابعي الكثافة الاحتمالية PDF والترابط الذاتي autocorrelation لهذه الارتفاعات.

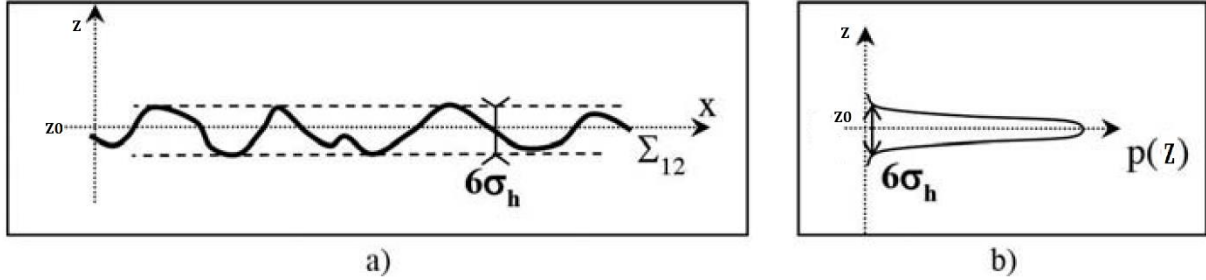
### 1.5.2.1 تابع الكثافة الاحتمالية للارتفاعات

يُمثل توزيع الارتفاعات الإحصائي ويحوي بشكل رئيسي ثلاث معلومات مهمة:

- نوع التوزيع: تتبع توزيعاً غاوسياً أو أسياً أو لورنزيماً ...
- القيمة الوسطى:  $z_0$  قيمة الارتفاعات الوسطى.
- الانحراف المعياري للارتفاعات أو RMS ( $\sigma_h$  root mean square)

في أغلب الأحيان توصف السطوح بتوزيع غاوسي (انظر الشكل 9) فيعطى تابع الكثافة الاحتمالية بالشكل:

$$p_h(z) = \frac{1}{\sigma_h \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z - z_0}{\sigma_h} \right)^2 \right]$$



الشكل 9 : (a) بعد وحيد من سطح عشوائي يتبع توزيعاً غاوسياً (b) تابع توزيع الارتفاعات

المتوسط هو العزم من الدرجة الأولى ويكون معدوماً في أغلب الحالات، أما التباين (variance) هو العزم من الدرجة الثانية ويعطى بالعلاقة:

$$\langle (z - z_0)^2 \rangle = \langle z^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 p_h(z) dz = \sigma_h^2$$

### 2.5.2.1 تابع الترابط الذاتي للارتفاعات وطيف الارتفاعات

يمثل تابع الترابط الذاتي بين نقطتين من السطح  $M_1$  و  $M_2$  الترابط الإحصائي للارتفاع بين النقطتين مع احترام المسافة الأفقية

$$\text{بينهما } r_d = r_1 - r_2$$

يعرف بـ

$$W_h(r_1, r_2) = \langle h(r_1)h(r_2) \rangle = \lim_{X, Y \rightarrow +\infty} \frac{1}{XY} \int_{-X/2}^{+X/2} \int_{-Y/2}^{+Y/2} h(r_1)h(r_2) dx dy$$

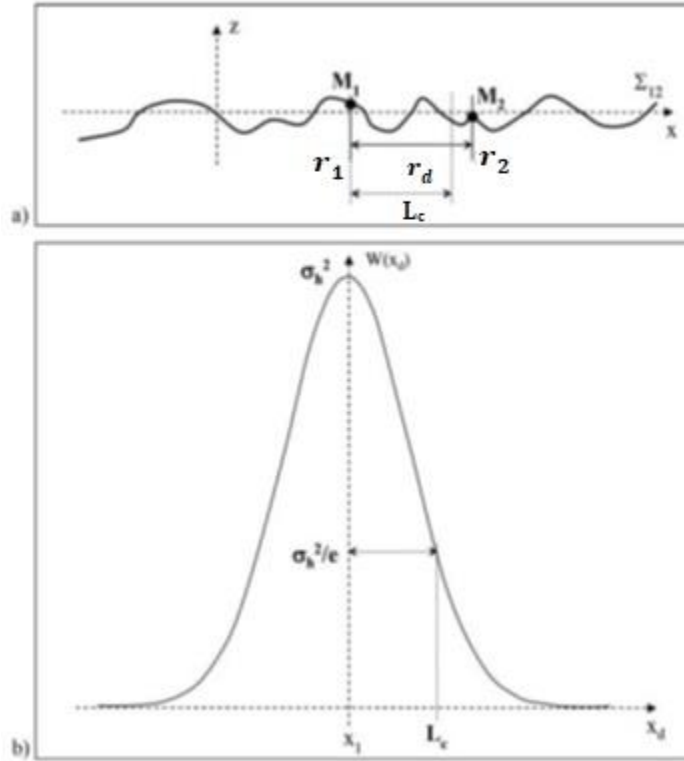
أبعاد السطح  $Y, X$

إذا كان السطح مستقراً<sup>2</sup> (stationary) يعرف ثابت الترابط الذاتي بالعلاقة

$$C_h(r_d) = \frac{\langle h(r_1)h(r_1 + r_d) \rangle}{\sigma_h^2}$$

ويعرف طول الترابط  $L_c$  بالبعد بين نقطتين يكون ثابت الترابط بينهما يساوي  $1/e$ ، وهو يوصف درجة خشونة السطح،

(الشكل 10)



الشكل 10: (a) سطح خشن ببعده واحد مع طول الترابط (b) تابع الترابط

الذاتي في حالة توزيع غاوسي

في بعض الحالات يستخدم بالإضافة إلى تابع الترابط الذاتي طيف ارتفاعات السطح المعرف بالعلاقة:

<sup>2</sup> سيروية مستقرة (stationary) العزم الأول أو المتوسط لا يتغير بالإزاحة الزمنية أو المكانية، هنا نقصد أن تابع الترابط الذاتي لا يتغير بالإزاحة المكانية.

$$\tilde{W}(k) = FT[W_h(r_d)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_h(r_d) \exp(-ik r_d) dr_d$$

هنا المقدار  $k$  هو التردد المكاني للسطح (لا علاقة له برقم الموجة).

### 3.5.2.1 مقادير إحصائية أخرى مهمة

الانحراف المعياري للانحدارات: يعطى بالعلاقة من أجل بعد وحيد:

$$\sigma_s = \sqrt{\langle [h'(x) - \langle h'(x) \rangle]^2 \rangle} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} k^2 \tilde{W}(k)} = \sqrt{-W_h''(0)}$$

حيث  $h'(x)$  مشتق الارتفاعات وفق الاتجاه  $x$ ,

من أجل سطح غاوسي يكون لدينا  $\sigma_s = \sqrt{2} \frac{\sigma_h}{L_c}$ .

نصف قطر التقوس المتوسط mean curvature radius: من أجل بعد واحد يعرف كالتالي:

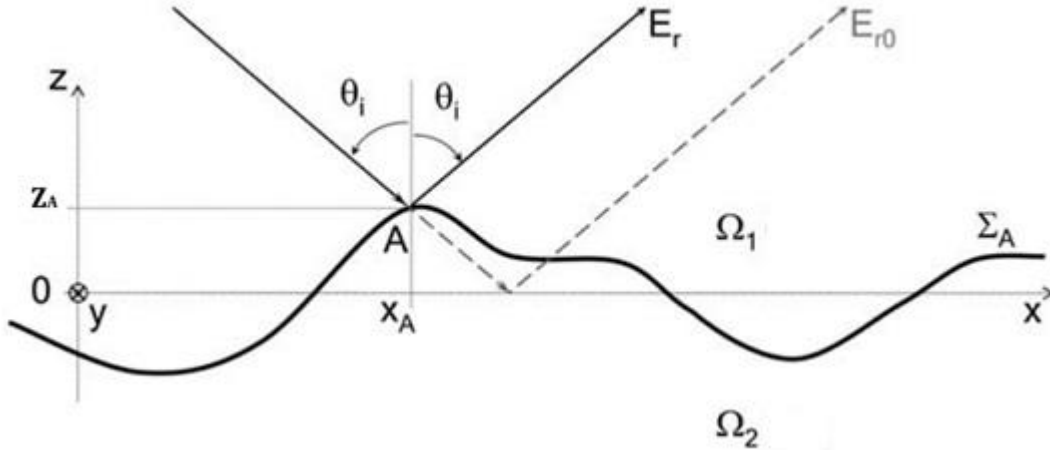
$$R_c = - \frac{[1 + \langle h'(x)^2 \rangle]^{3/2}}{\langle h''(x) \rangle}.$$

حيث  $h'(x), h''(x)$  المشتق الأول والثاني الارتفاع وفق الاتجاه  $x$ , على الترتيب.

ويساوي من أجل سطح غاوسي  $R_c \simeq \frac{1}{2.76} \frac{L_c^2}{\sigma_h} (1 + \frac{3}{2} \frac{\sigma_h^2}{L_c^2})$  ومن أجل  $\sigma_s \ll 1$  يمكن أن نكتب [8]  $R_c \simeq \frac{0.36 L_c^2}{\sigma_h}$

## 6.2.1 الخشونة الكهرومغناطيسية وشرط Rayleigh للخشونة

ترتبط خشونة السطح من وجهة نظر كهرومغناطيسية -إضافة إلى تغيرات الارتفاعات- بزاوية الورود وطول الموجة الواردة وفرق الصفحة في الموجة المنعكسة  $\delta\phi_r$ : بافتراض أن تقريب المستوي المماسي صالح نأخذ موجة مستوية واردة إلى السطح بزاوية ورود  $\theta_i$  (انظر الشكل 11). في حالة سطح خشن عشوائي، ينتج الحقل المنعكس  $E_r$  عن مساهمة كل الحقول التي تنتشر عن الارتفاعات العشوائية المختلفة للسطح. من أجل تكميم خشونة السطح الكهرومغناطيسية يجب دراسة فرق الصفحة  $\delta\phi_r$  حول



الشكل 11: الخشونة الطيفية حالة الانعكاس مع بيان تابعة فرق الصفحة لخشونة السطح

قيمتها الوسطى. من الشكل (11) نكتب فرق الصفحة [8]  $\delta\phi_r = 2k_1\delta z_A \cos \theta_i$ ,

إذا كانت فروق الصفحات من أجل كل الانعكاسات صغيرة  $\delta\phi \ll \pi$  تكون جميع الحقول المنتشرة متوافقة بالصفحة وتتداخل تداخلاً بناءً، أما من أجل قيم كبيرة لفرق الصفحة يصبح هذا التداخل هداماً.

شرط Rayleigh: من أجل متوسط فرق صفحة  $\delta\phi < \pi/2$  نعتبر السطح قليل الخشونة. ونعتبره أملاً من أجل  $\delta\phi \ll \pi/2$ .

بحساب المتوسطات الإحصائية: تغاير فرق الصفحة

$$\sigma_{\delta\phi}^2 = \langle (\delta\phi)^2 \rangle = \langle (2k_1\delta z_A \cos \theta_i)^2 \rangle = 4k_1^2 \sigma_h^2 \cos^2 \theta_i \quad (47)$$

يعرف معامل Rayleigh عندئذ من قيمة الانحراف المعياري لفرق صفحة الحقل المنعكس:

$$R_a = k_1 \sigma_h \cos \theta_i \quad (48)$$

من (47) يكون السطح قليل الخشونة من أجل  $R_a < \pi/4$

يمكن أن يكتب الحقل المنتشر بالشكل المأروي (ما زلنا نعتمد تقريب المستوي المماسي):

$$E_r(\mathbf{R}) = E_i(\mathbf{R}_S) r_{12} \exp[ik_r(\mathbf{R} - \mathbf{R}_S)] \exp(i\delta\phi) \quad (49)$$

حيث  $r_{12}$  معامل انعكاس السطح،  $R_S$  نقطة من المستوي الوسطي للسطح. يمكن أن نكتب المعادلة (49) بالصورة:

$$E_r(\mathbf{R}) = E_r^{flat}(\mathbf{R}) \exp(i\delta\phi) \quad (50)$$

حيث  $E_r^{flat}(\mathbf{R})$  الحقل المنعكس في حال سطح أملس. يكتب متوسط الحقل المنتشر بالصورة:

$$\langle E_r(R) \rangle = E_r^{flat}(R) \langle \exp(i\delta\phi) \rangle = E_r^{flat}(R) \exp\left(-\frac{\langle \delta\phi^2 \rangle}{2}\right) = E_r^{flat}(R) \exp(-2R_a^2) \quad (51)$$

أي إن تخامد الشدة المنتشرة عن السطح يساوي  $\exp(-4R_a^2)$ ، ومن هنا نستنتج أن معامل Rayleigh يعبر عن التخامد الناتج عن الانتثار عن السطح.

### 3.1 خاتمة الفصل

قمنا في هذا الفصل بدراسة انتشار موجة عن سطح خشن وعرضنا استنتاج الحقل الناتج عن هذا الانتثار كما ورد في مراجع سابقة، وعرفنا سعة الانتثار ثم استعرضنا التقريبات المستخدمة ومجال صلاحية كل منها، وعرفنا معامل Rayleigh للخشونة الكهرومغناطيسية وعلاقته بتخامد الحقل عند الانتثار عن سطح خشن.



## الفصل الثاني

### ترابط البقيعات الليزرية

#### 1.2- مقدمة

عندما يضيء ليزر منطقة من سطح خشن عشوائي فإن شدة الحقل المنتشر عن هذا السطح ستشكل أنماط بقيعات speckle، وستحمل هذه الأنماط معلومات إحصائية عن هذا السطح. إحدى طرق تحصيل هذه المعلومات هي دراسة درجة الترابط بين نمطين تشكلا في شروط مختلفة متحكم بها. سنقوم بدراسة حالتين: نغير أولاً طول موجة الليزر المستخدم وندرس الترابط الطيفي بين النمطين. وثانياً نغير زاوية المراقبة أو زاوية ورود الليزر وندرس الترابط الزاوي بين النمطين.

#### 2.2- الترابط الطيفي للبقيعات الليزرية Laser speckle spectral correlation

##### 1.2.2 توزع الشدة في أنماط البقيعات اعتماداً على تقريب المستوي المماسي:

يبين الشكل (12) المخطط الهندسي للمسألة المدروسة: لدينا حزمة ليزر مستقطبة بشعاع موجة  $k_{01}$  وزاوية ورود  $\theta_1$  إلى سطح خشن عشوائي مربع طول ضلعه  $2L$ . نعرف الإحداثيات الديكارتية بحيث يكون مركز الإحداثيات في مركز السطح، وبهذا يوصف السطح بالمعادلة  $z = h(\mathbf{r}) = h(x, y)$ ، بعد ورود الليزر تنتج موجة منتشرة بشعاع موجة  $k_{11}$ ، تفحص في نقطة مراقبة  $P(u, w)$  من المحس الموجود في المستوي  $(D, u, w)$  حيث  $D$  مركز المحس الذي يبعد مسافة  $R$  عن مركز السطح  $O$ . ليكن  $\mathbf{r}_p$  شعاع الموضع في النقطة  $P(u, w)$  (في الإحداثيات  $(Oxyz)$ )، وليكن  $\mathbf{r}_s$  شعاع الموضع في النقطة  $P_s$ . نعرف  $\hat{n}$  شعاع الواحدة من الناظم الموضعي في النقطة  $P_s$ . وتتشكل زاوية المراقبة  $\theta_2$  من الخط الواصل بين المركزين  $O$  و  $D$  مع المحور  $z$ . وتصبح المسألة هي إيجاد سعة الحقل في النقطة  $P(u, w)$  من المحس.



- السطح أملس محليا، ونصف قطر الانحناء أكبر بكثير من طول الموجة،
  - المخدات تعرجات السطح صغيرة بحيث يمكن إهمال التظليل والانعكاس المتعدد،
  - يمثل السطح الخشن بسيرورة عشوائية إرغودية<sup>4</sup> ذات متوسط معدوم وانحراف معياري  $\sigma > \lambda/4$ .
- إضافةً لهذه الشروط نفترض ما يلي:

- الموجة الواردة مستوية.
- الأبعاد الخطية لكل من السطح الخشن والحس صغيرة مقارنة بالمسافة بينهما،
- زاوية ورود  $\theta_1$  في منطقة وسطى وبعيدة عن  $\pi/2$ .

بالتالي نكتب الحقل المنتشر في النقطة  $P_s$

$$E(P_s) = A(1 + r_f) \exp(i\mathbf{k}_{01}\mathbf{r}_s)$$

$$\left(\frac{\partial E}{\partial n}\right)_{P_s} = iA(\hat{\mathbf{n}}\mathbf{k}_{01})(1 - r_f) \exp(i\mathbf{k}_{01}\mathbf{r}_s)$$

حيث:  $r_f$  معامل انعكاس Fresnel العقدي،  $A$  سعة الموجة الواردة،

$$\mathbf{k}_{01} = k(-\sin \theta_1, 0, -\cos \theta_1)$$

$$\mathbf{r}_s = (x, y, h(x, y))$$

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{1}{\sqrt{h_x'^2 + h_y'^2 + 1}}(-h_x'(x, y), -h_y'(x, y), 1)$$

حيث  $h_x'(x, y)$ ،  $h_y'(x, y)$  المشتقان الجزئيان لـ  $h(x, y)$

ويمكن كتابة

$$\frac{\partial G}{\partial n} = -ikn_z \cos(\theta_2) \cdot G$$

$$dS = \sqrt{h_x'^2 + h_y'^2 + 1} dx dy$$

نعوض ما سبق في المعادلة (52) فنجد عبارة الحقل في نقطة المراقبة P [11]:

<sup>4</sup> سيرورة إرغودية Ergodic: نقول عن مجموعة متحولات أنها تشكل سيرورة إرغودية إذا كانت جميع العزوم من أي درجة لا تتغير مع الإزاحة الزمنية أو المكانية

$$\begin{aligned}
E(P) &= \frac{1}{4\pi} \int_{-L}^L \int_{-L}^L \left\{ A(1 + r_{f0}) \exp[i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_s(x, y)] \left( -\frac{ik}{R} \right) \cos(\theta_2) \exp[i\mathbf{k} \mathbf{r}(x, y)] \right\} dx dy \\
&- \frac{1}{4\pi} \int_{-L}^L \int_{-L}^L ikA(1 - r_{f0}) [h'_x(x, y) \sin(\theta_1) - \cos(\theta_1)] \times \exp[i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_s(x, y)] \exp[i\mathbf{k} \mathbf{r}(x, y)] / R dx dy \quad (53)
\end{aligned}$$

حيث  $r_f = r_{f0}$  سعة انعكاس Fresnel وهو ثابت، و  $A$  سعة الموجة،

نكتب الشدة الناتجة في  $P$ :

$$I(u, w) = \left( \frac{Ar_{f0} \cos \theta_2}{\lambda R} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{aligned} &\Pi(x_1, y_1) \Pi(x_2, y_2) \\ &\times \exp\{-ik(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \times [h(x_1, y_1) - h(x_2, y_2)]\} \\ &\times \exp\left\{\frac{ik}{2R}(x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)\right\} \\ &\times \exp\left\{\frac{-ik}{R}[u(x_1 - x_2) \cos \theta_2 + w(y_1 - y_2)]\right\} \\ &\times \exp\{-ik(x_1 - x_2)(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \end{aligned} \quad (54)$$

حيث

$$\Pi(x, y) = 1 \text{ for } |x| \wedge |y| \leq L \text{ and } \Pi(x, y) = 0 \text{ for } |x| \wedge |y| > L$$

عند تغيير طول موجة الليزر من  $\lambda$  إلى  $\tilde{\lambda}$  ستتولد أنماط بقيعات غير مترابطة decorrelated speckle pattern وتكون الشدة الناتجة في نقطة المراقبة هي (جميع المتحولات المتعلقة بالموجة الجديدة مشار إليها بـ  $\sim$ ):

$$\tilde{I}(u, w) = \left( \frac{\tilde{A}\tilde{r}_{f0} \cos \theta_2}{\tilde{\lambda}\tilde{R}} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{aligned} &\Pi(x_1, y_1) \Pi(x_2, y_2) \\ &\times \exp\{-i\tilde{k}(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \times [h(x_1, y_1) - h(x_2, y_2)]\} \\ &\times \exp\left\{\frac{i\tilde{k}}{2\tilde{R}}(x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)\right\} \\ &\times \exp\left\{\frac{-i\tilde{k}}{\tilde{R}}[(u - u_0)(x_1 - x_2) \cos \theta_2 + w(y_1 - y_2)]\right\} \\ &\times \exp\{-i\tilde{k}(x_1 - x_2)(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \end{aligned} \quad (55)$$

$u_0$ : انزياح عمودي على OD ويضاف هذا الانزياح لكي نؤمن فصلاً كافياً للحزم الجانبية عن الحزمة المركزية (انظر علاقة تابع الترابط التالية). عملياً قمنا بهذه الإزاحة رقمياً التوضيح في الفصل الثالث .

## 2.2.2 الحساب التحليلي

يهدف هذا الحساب إلى إيجاد تابع الترابط الذاتي وفق مبرهنة Wiener - Khinchine والتي تنص على أن تحويل فورييه لتابع الترابط الذاتي لإشارة مستقرة عشوائية هو طيف الاستطاعة لهذه الإشارة. أي أننا نحتاج إلى حساب تحويل فورييه العكسي للاستطاعة الناتجة عن جمع نمطي البقيعات.

يمكن حساب تابع الترابط الذاتي لمجموع أنماط الخرج السابق تحليلياً كما في [11]

$$\langle \mathcal{F}(f_1, f_2) \rangle = \langle |\mathfrak{I}\{\Re I(u, w) + \tilde{\Re} \tilde{I}(u, w)\}|^2 \rangle$$

حيث  $\Re$ : الاستجابة الطيفية للكاميرة،  $I$  الشدة (إشارة دخل الكاميرة)،  $\mathfrak{I}$  مؤثر فورييه وعليه نجد

$$\begin{aligned} & \langle \mathcal{F}(f_1, f_2) \rangle \\ &= \left\{ \Re^2 r_{f_0}^4 A^4 \cos^2 \theta_2 \left( 2L - \frac{\lambda R f_1}{\cos \theta_2} \right) \left( 2L - \lambda R f_2 \right) \frac{\pi}{2v^2} \left( \frac{L_c}{\sigma} \right)^2 \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{2v^2} \left( \frac{L_c}{\sigma} \right)^2 \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\} \right. \\ &+ \left. \tilde{\Re}^2 \tilde{R}_0^4 \tilde{A}^4 \cos^2 \theta_2 \left( 2L - \frac{\tilde{\lambda} \tilde{R} f_1}{\cos \theta_2} \right) \left( 2L - \tilde{\lambda} \tilde{R} f_2 \right) \frac{\pi}{2\tilde{v}} \left( \frac{L_c}{\sigma_h} \right)^2 \times \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{2\tilde{v}} \left( \frac{L_c}{\sigma_h} \right)^2 \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\} \right. \\ &+ 2\Re \tilde{\Re} (r_{f_0} \tilde{r}_{f_0} A \tilde{A})^2 \cos^2 \theta_2 \left( 2L - \frac{\lambda R + \tilde{\lambda} \tilde{R} f_1}{2 \cos \theta_2} \right) \left( 2L - \frac{\lambda R + \tilde{\lambda} \tilde{R}}{2} f_2 \right) \frac{\pi}{2v\tilde{v}} \left( \frac{L_c}{\sigma_h} \right)^2 \\ &\times \left[ \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_h}{L_c} \right)^2 v\tilde{v} \frac{(\lambda R - \tilde{\lambda} \tilde{R})^2}{4} \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\} \right] \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{2v\tilde{v}} \left( \frac{L_c}{\sigma_h} \right)^2 \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\} \\ &\times \left[ \exp \{ -\sigma_h^2 (v - \tilde{v})^2 \} \cos \left[ 2\pi \left( u_0 + \frac{\sin \theta_1 - \sin \theta_2}{\cos \theta_2} (R - \tilde{R}) \right) f_1 \right] \right] \quad (56) \end{aligned}$$

حيث  $\tilde{v} = -(2\pi/\tilde{\lambda})(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$ ،  $v = -(2\pi/\lambda)(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$

من خلال دراسة المعادلة (56)، نجد أنه علينا أن نأخذ بعين الاعتبار الشروط التالية لكي نحصل على حزم جانبية ذات سعة كافية في تابع الترابط [11]

1- يجب أن تكون المسافة بين المحس والسطح عند استخدام طول الموجة الثاني  $\tilde{R} = R \frac{\lambda}{\tilde{\lambda}}$  وذلك بهدف حذف الحد  $\exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_h}{L_c} \right)^2 v\tilde{v} \frac{(\lambda R - \tilde{\lambda} \tilde{R})^2}{4} \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\}$  ما يضمن وجود دورية في الأهداف.

2- بعد تطبيق الشرط السابق يجب اختيار زاوية الورود وزاوية المراقبة بحيث تكونان متساويتين  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$  وهذا يبسط الحد الأخير  $\cos \left[ 2\pi(u_0 + \frac{\sin \theta_1 - \sin \theta_2}{\cos \theta_2} (R - \bar{R})) f_1 \right]$  من المعادلة السابقة وبهذا تكون مواضع الأهداب الجانبية محددة.

3- يحدد الحد  $\exp\{-\sigma_h^2(v - \bar{v})^2\}$  سعة الأهداب الجانبية وبالتالي يجب أن يحقق الانحراف المعياري للارتفاعات الشرط  $\sigma_h < \frac{1}{4\pi \cos \theta} \cdot \frac{\lambda \bar{\lambda}}{|\bar{\lambda} - \lambda|}$  حتى تكون سعة الأهداب قابلة للقياس.

نحسب توزيع استطاعة الطيف للمجموع السابق (عملياً سوف تقرب الاستطاعة بناتج ترشيح الشدة الطيفية (مربع طولية تحويل فورييه للشدة) بمرشح غاوسي).

$$P(f_1, f_2) = \lim_{U \rightarrow \infty, W \rightarrow \infty} \frac{1}{UW} \{F(f_1, f_2)\}$$

حيث  $W, U$ : بعدا المحس CCD

اعتمادا على مبرهنة Wiener-Khinchine يعطى تابع الترابط الذاتي للمجموع الأنماط السابقة بالعلاقة

$$\wp(\tau_x, \tau_y) = \mathfrak{F}^{-1}\{P(f_1, f_2)\}$$

ونجد تابع الترابط بالشكل:

$$\wp(\tau_x, \tau_y) = \frac{4\Re^2(KA)^4 L^2 \cos^3 \theta}{U_c W_c} \left\{ \begin{array}{l} \exp \left[ -2 \left( \frac{\sigma_h}{L_c} v \right)^2 (\tau_x^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2) \right] \\ + \exp \left[ -2 \left( \frac{\sigma_h}{L_c} \bar{v} \right)^2 (\tau_x^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2) \right] \\ + \exp \left[ -(\sigma_h (v - \bar{v}))^2 \right] \left[ \exp \left[ -2 \left( \frac{\sigma_h}{L_c} \right)^2 v \bar{v} ((\tau_x - u_0)^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2) \right] \right. \\ \left. + \exp \left[ -2 \left( \frac{\sigma_h}{L_c} \right)^2 v \bar{v} ((\tau_x + u_0)^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2) \right] \right] \end{array} \right\} \quad (57)$$

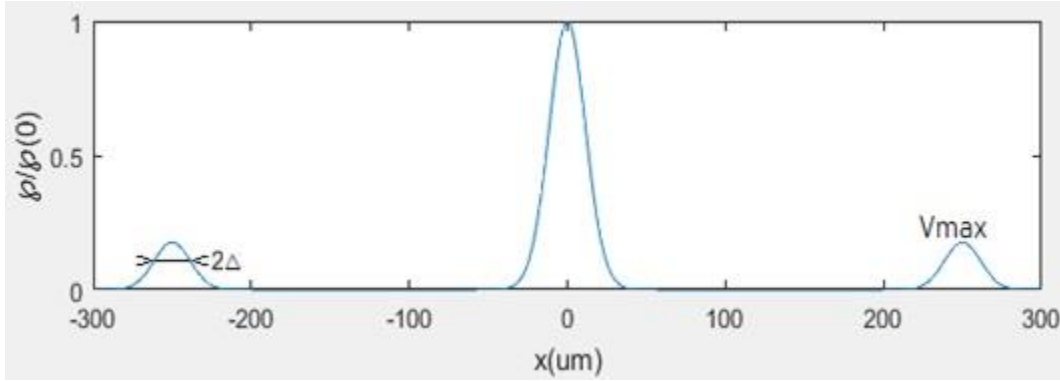
حيث  $L_c$ : طول ترابط السطح، و  $U_c W_c$  بعدا المنطقة الفعالة من المحس

نوزن علاقة الترابط (57) بقيمته عند (0,0) فنكتب:

$$\begin{aligned} \wp_n(\tau_x, \tau_y) &= \frac{\wp(\tau_x, \tau_y)}{\wp(0,0)} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \exp [-(\sigma_h(v - \tilde{v}))^2] [\exp [-2(\frac{\sigma_h}{L_c})^2 v \tilde{v} u_0^2 \cos^2 \theta]]} \\ &\quad \times \left\{ \begin{aligned} &\exp [-2(\frac{\sigma_h}{L_c} v)^2 (\tau_x^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2)] \\ &+ \exp [-2(\frac{\sigma_h}{L_c} \tilde{v})^2 (\tau_x^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2)] \\ &+ \exp [-(\sigma_h(v - \tilde{v}))^2] [\exp [-2(\frac{\sigma_h}{L_c})^2 v \tilde{v} ((\tau_x - u_0)^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2)]] \\ &+ \exp [-2(\frac{\sigma_h}{L_c})^2 v \tilde{v} ((\tau_x + u_0)^2 \cos^2 \theta + \tau_y^2)] \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

### 3.2.2 الطريقة التجريبية لتحديد المعاملات الإحصائية للسطح الخشن

برسم تابع الترابط نظرياً عند  $y=0$  بعد توزيعه بالقيمة  $\wp(0,0)$  (انظر الشكل 13)



الشكل 13: تابع الترابط الموزن عند  $y=0$

يمكن تحديد قيمة الانحراف المعياري لارتفاعات السطح من العلاقة

$$\sigma_h = \frac{\sqrt{-\ln 2V_{\max}}}{|v - \tilde{v}|} \quad (58)$$

وطول ترابط خشونة السطح  $L_c$  من العلاقة

$$L_c = \frac{\sigma_h \cos \theta}{\sqrt{(-\ln V_{\max} + [\sigma_h(v - \tilde{v})]^2)/2v\tilde{v}}} \Delta \quad (59)$$

حيث

$V_{\max}$  ارتفاع اعلى حزمة جانبية،  $\Delta$  نصف عرض الحزمة الجانبية عند نصف الارتفاع (HWHM).

### 3.2- الترابط الزاوي بين نمطي بقيعات بزوايتين مختلفتين

في الفقرة السابقة درسنا أنماط البقيعات الموضوعية أي دون نظام بصري (objective speckle). سنقوم هنا بدراسة هذه أنماط البقيعات الذاتية أي مع نظام بصري (subjective speckle) وهو هنا عدسة وحيدة وهذا يعني أننا ندرس الحقل في منطقة Fraunhofer .

نقوم بدراسة الترابط الزاوي بين نمطي بقيعات محصلين عند زاويتين مختلفتين وفق الحساب التحليلي الذي قام به Ruffing [12]. وفيه افترض تثبيت طول موجة الليزر وزاوية المراقبة وتغيير زاوية ورود الحزمة الليزرية في الاتجاه  $x$  مقدار  $\delta\theta/2$  من أجل إحدى زاويتي الورد و  $-\delta\theta/2$  من أجل زاوية الورد الأخرى (انظر الشكل 14).

نكتب الحقل في المستوي المحرقى للعدسة ، من أجل الورد رقم  $n$  حيث  $n=\{1,2\}$ :

$$E_n(P) = \int_{-L}^L \int_{-L}^L \left\{ a(x, y) \times p_n(x, y) \times \exp \left\{ -i \left( \frac{k}{f} \right) ((\cos \theta) u \cdot x + w \cdot y) \right\} \right\} dx dy \quad (60)$$

حيث:

○  $P(u, w)$  نقطة في مستوي المراقبة و  $P(x, y)$  نقطة في مستوي الوسطي للسطح و  $f$  البعد المحرقى للعدسة

○  $k$  الرقم الموجي و  $\theta$  زاوية ورود الموجة و  $2L$  أبعاد المنطقة المضاءة

○  $a(x, y)$ : السعة الغاوسية لحزمة الليزر ويعطى بالعلاقة:

$$a(x, y) = \exp \left\{ -\frac{\cos^2 \theta x^2 + y^2}{l^2} \right\}$$

○  $l$  قطر حزمة الليزر على سطح الجسم

○  $p_n(x, y)$ : فرق الصفحة الناجم عن كل من انحراف الحزمة عن زاوية الورد  $\theta_n$  وعشوائية السطح الخشن ويعطى

بالعلاقة:

$$p_n(x, y) = \exp \left\{ -i \left[ k(\sin \theta_n - \sin \theta)x + k(\cos \theta_n + \cos \theta + \sin \theta \frac{u}{f})h(x, y) \right] \right\}$$

بحساب الترابط بين الشدتين في نقطتين  $P_1(u_1, w_1), P_2(u_2, w_2)$  مستوي المراقبة نجد:

$$\wp(u_1, w_1, u_2, w_2) = \wp_R \wp_S(u_1, w_1, u_2, w_2) \quad (61)$$

حيث

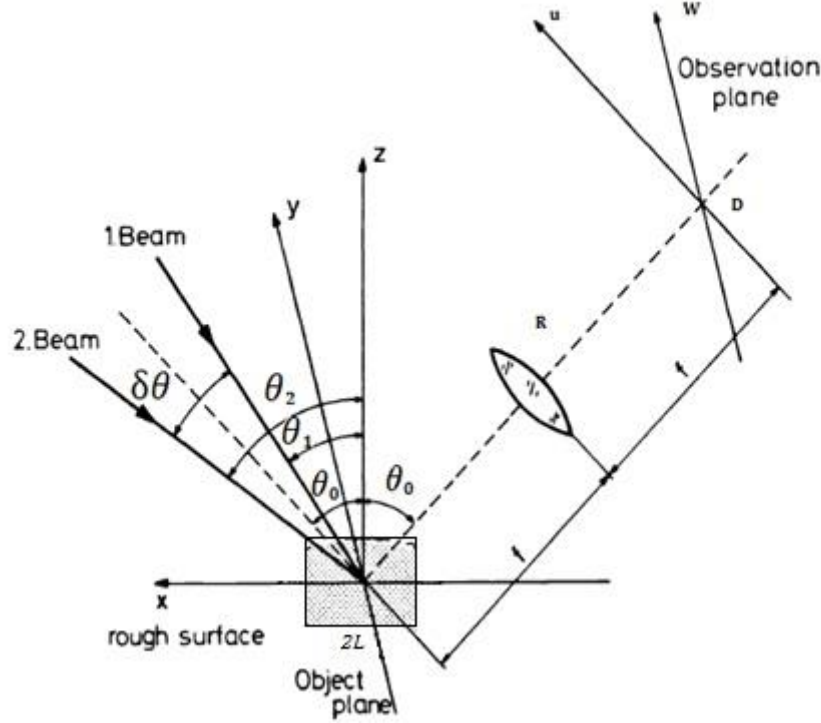
•  $\wp_R$ : تابع الترابط الناتج عن خشونة السطح ويعطى بالعلاقة:

$$\wp_R = \exp(-4\sigma_h^2 \sin^2 \theta k^2 \delta\theta_0^2) \quad (62)$$

•  $\wp_S$ : تابع الترابط الناتج عن الإزاحة المكانية ويعطى بالعلاقة:

$$\wp_s(u_1, w_1, u_2, w_2) = \exp \left[ -\left(\frac{lk}{2f}\right)^2 (u_1 - u_2 - f \delta\theta)^2 \right] \exp \left[ -\left(\frac{lk}{2f}\right)^2 (w_1 - w_2)^2 \right] \quad (63)$$

للحصول على خشونة السطح، يجب تجنب هذا الحد



الشكل 14 : مخطط هندسي لمسألة انتشار ليزر عن سطح خشن في حالة ورود موجتين على السطح

لذلك يجب أن يتحقق ما يلي

$$u_1 - u_2 - f \delta\theta = 0 \quad , \quad w_1 - w_2 = 0$$

يمكن تحقيق هذا عن طريق إزاحة الصورة الناتج من القياس الثاني بمقدار  $f \delta\theta$  ثم حساب ترابط الصورتين الناتجتين وفق العلاقة:

$$\wp = \wp_R = \frac{\sum_{u_1} \sum_{w_1} I_1(u_1, w_1) I_2(u_1 - f \delta\theta, w_1)}{\sqrt{\sum_{u_1} \sum_{w_1} I_1^2(u_1, w_1) \sum_{u_1} \sum_{w_1} I_2^2(u_1 - f \delta\theta, w_1)}} \quad (64)$$

بسبب صعوبة تحقيق هذا النموذج (لأننا لا نستطيع تغير زاوية الورود بدقة بسبب نقص المعدات في المخبر) درسنا نموذجاً اقترح من قبل G.S. Spagnolo [13] وفيه كانت زاوية المراقبة معدومة وزاوية ورود الليزر متغيرة (انظر الشكل 15).

في هذا النموذج يعطى تابع الترابط الناتج عن خشونة السطح بالعلاقة:

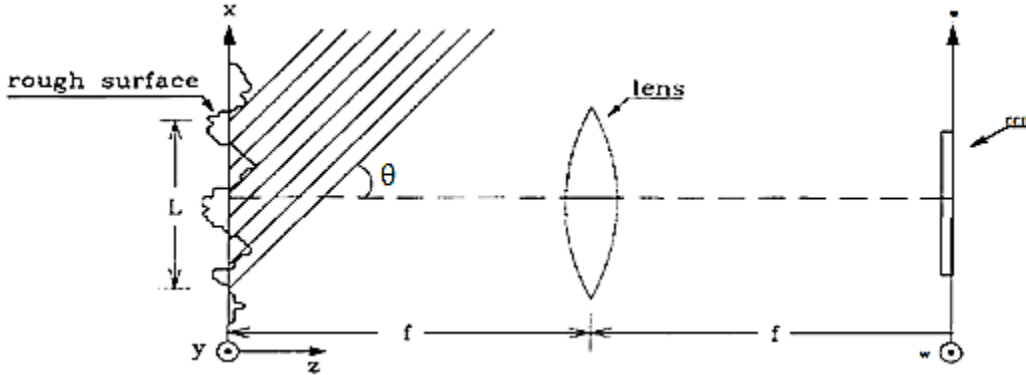
$$\rho_R = \exp(-\sigma_h^2 \sin^2 \theta k^2 \delta \theta^2) \quad (65)$$

ويكون تابع الترابط الناتج عن الإزاحة في الفضاء:

$$\begin{aligned} \rho_s(u_1, w_1, u_2, w_2) &= \exp \left[ - \left( \frac{lk}{2f \cos \theta} \right)^2 (u_1 - u_2 - f \cos \theta \delta \theta)^2 \right] \\ &\times \exp \left[ - \left( \frac{lk}{2f} \right)^2 (w_1 - w_2)^2 \right] \end{aligned} \quad (66)$$

هنا أيضاً يجب تجنب الترابط الناتج عن الإزاحة في الفضاء للحصول على خشونة السطح، لذلك يجب أن يتحقق ما يلي

$$u_1 - u_2 - f \cos \theta \delta \theta = 0 \quad , \quad w_1 - w_2 = 0$$



الشكل 15: مخطط دراسة الترابط الزاوي زاوية المراقبة تسوي 0 وتتغير زاوية الورود بمقدار  $\delta\theta$

يمكن تحقيق هذا عن طريق إزاحة الصورة الناتجة عن القياس الثاني مقدار  $f \cos \theta \delta \theta$  ثم حساب الترابط بين نمطي البقعيات من العلاقة:

$$\rho = \rho_R = \frac{\sum_{u_1} \sum_{w_1} I_1(u_1, w_1) I_2(u_1 - f \cos \theta \delta \theta, w_1)}{\sqrt{\sum_{u_1} \sum_{w_1} I_1^2(u_1, w_1) \sum_{u_1} \sum_{w_1} I_2^2(u_1 - f \cos \theta \delta \theta, w_1)}} \quad (67)$$

تسمح هذه العلاقة إضافة إلى العلاقة (65) باستنتاج الانحراف المعياري للسطح الخشن

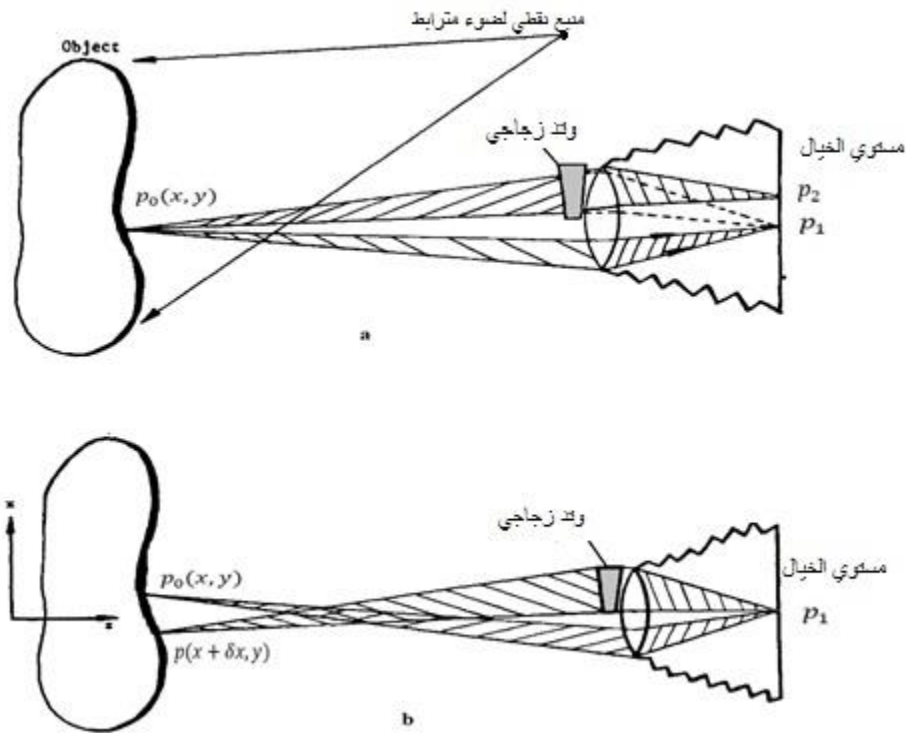
## 4.2- نظام مخطط القص (Shearography) الليزري

عند حساب المعاملات الإحصائية لخشونة سطح (الانحراف المعياري للارتفاعات وطول ترابطها) عن طريق دراسة الترابط الطيفي أو الزاوي بين نمطي بقيعات (الفقرتين 2.2 و 3.2) احتجنا إلى إجراء إزاحة ميكانيكية لموضع المحس (الفقرة 2.2) أو تغيير زاوية ورود الليزر (الفقرة 3.2).

في نموذج مخطط القص ليس هناك حاجة إلى إجراء أي تغيير للحصول على القياس، وإنما يمكن حساب المعاملات الإحصائية للسطح من قياس وحيد.

### 1.4.2. مفهوم مخطط القص Shearography

اقترح نظام مخطط القص (Shearography) من قبل Hung 1982 [14] وهي تقنية تداخلية تسمح بالمراقبة الكاملة لمجال تدرج إزاحة السطح عن وضع استقراره. يوضح الشكل 16 المخطط المقترح من قبل Hung، حيث يستخدم وتداً زجاجياً يوضع أمام نصف العدسة. في غياب الوتد تعطي الأشعة المنتشرة عن نقطة من السطح  $p_0(x, y)$  خيلاً  $p_1$  في مستوي الخيال



الشكل 16: مخطط Shearography Hung

للكاميرة؛ كل نقطة من السطح ستمثل بنقطة من الخيال. أما في حال وجود الوتد الذي سيقوم بحرف الأشعة المارة من خلاله فإن الأشعة من  $p_0(x, y)$  ستشكل خياليين  $p_1$  و  $p_2$  في مستوي الخيال (انظر الشكل 17-a). يمكن القول بصورة مكافئة إنه في نقطة من مستوي الخيال  $p_1$  يتشكل خيالان لنقطتين متجاورتين من السطح  $p_0(x, y)$  و  $p(x + \delta x, y)$  (هنا نفترض أن الوتد صمم ليحرف الأشعة في المستوي OXZ فقط) (انظر الشكل 16-b)، حيث يرتبط بزاوية الوتد ومواصفات الكاميرة. بالنتيجة يتشكل في مستوي الخيال صورتان منفصمتان بالاتجاه x ويلاحظ على المحس أنماط تداخل بقيعات.

إذا كان الحقل الناتج عن النقطة  $p_0(x, y)$  :

$$E(x, y) = a \cdot \exp [\theta(x, y)]$$

والحقل الناتج عن  $p(x + \delta x, y)$  :

$$E(x + \delta x, y) = a \cdot \exp [\theta(x + \delta x, y)]$$

حيث a السعة الضوئي (نفترضه نفسه في كل من النقطتين)،  $\theta(x, y)$  و  $\theta(x + \delta x, y)$  صفحتا الحقلين المنتشرين عن

$$p_0(x, y) \text{ و } p(x + \delta x, y)$$

الحقل الناتج في  $p_1$  من مستوي الخيال

$$E_T = E(x, y) + E(x + \delta x, y)$$

والشدة

$$I = E_T E_T^* = 2a^2 [1 + \cos \phi]$$

$$\phi = \theta(x + \delta x, y) - \theta(x, y) \text{ حيث}$$

عندما يحدث تشوه للسطح بتغيير الأنماط المتشكلة على المحس، وتصبح عبارة الشدة بعد التشوه

$$I' = 2a^2 [1 + \cos (\phi + \Delta)]$$

حيث  $\Delta$  تغير الصفحة بين  $p_0(x, y)$  و  $p(x + \delta x, y)$  الناتج عن التشوه

بجمع أنماط التداخل الناتجة عن التشوه مع أنماط التداخل الناتجة قبل التشوه (هذه الأنماط في مستوي الخيال)

$$I_s = I + I' = 2a^2 [2 + \cos \phi + \cos (\phi + \Delta)]$$

$$I_s = 4a^2 \left[ 1 + \cos \left( \phi + \frac{\Delta}{2} \right) \cdot \cos (\Delta/2) \right]$$

والتي تمثل أنماط shearography المرتبطة بتدرج الإزاحة.

لبيان الارتباط يمكن كتابة فرق الصفحة  $\Delta$  بالصورة: [15, pp. 405-408]

$$\frac{\Delta}{2} = \frac{\partial L(x, y)}{\partial x} \cdot \frac{\pi \delta x}{\lambda} K(x, y)$$

حيث  $\lambda$  طول موجة الليزر المستخدم  $L(x, y)$  شعاع الإزاحة و  $\frac{\partial L(x, y)}{\partial x}$  تدرج الإزاحة وفق المحور x و  $K(x, y)$  هو شعاع

الحساسية وهو ناتج عن طرح شعاع منحى ورود الليزر من شعاع منحى المراقبة

بالتالي يمكن أن تكنب العلاقة السابقة

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (k_x \frac{\partial L_x}{\partial x} + k_y \frac{\partial L_y}{\partial x} + k_z \frac{\partial L_z}{\partial x}) \delta x$$

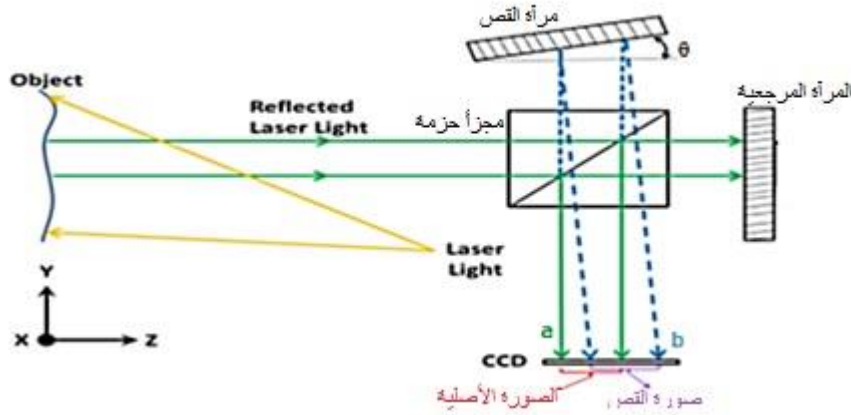
حيث  $(\frac{\partial L_x}{\partial x}, \frac{\partial L_y}{\partial x}, \frac{\partial L_z}{\partial x})$  هي تدرج شعاع الإزاحة وفق اتجاه القص

بالتالي باختيار منحى ورود الليزر ومنحى المراقبة يمكن تحديد التدرج الذي سنقيسه، على سبيل المثال باختيار اتجاهي ورود ومراقبة متمحورتين يكون  $k_y$  و  $k_x$  معدومين وبهذا يمكننا تحديد تدرج شعاع الإزاحة العمودي على المستوي (out of plan) وتصبح علاقة فرق الصفحة:

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda \cos(\theta)} (\frac{\partial L_z}{\partial x}) \delta x$$

حيث  $\theta$  زاوية الورد.

يمكن تطبيق النظام باستخدام مداخل Michelson (الشكل 17)، حيث تضبط المرآة المرجعية ومرآة القص (المواجهة للمحس) بحيث تكونان متعامدتين فيما بينهما، بالتالي تكون الصورتان الناتجتان منطبقتين (بدقة  $2j\pi$  في الصفحة حيث  $j$  عدد صحيح). بتدوير مرآة القص بزاوية  $\theta$ ، تتدخل الصورتان الناتجتان عن المرآتين لتشكيل أنماط تداخل.



الشكل 17: مخطط القص باستخدام مداخل Michelson

استخدم M. Ohlidal [16] مجهراً تداخلياً (ZEI (Zeiss Epival Interphako) من أجل دراسة خشونة عينات صلبة مستوية وكروية، وذلك عن طريق دراسة الترابط الذاتي لأنماط البقع الناتجة.

## 2.4.2 الحساب التحليلي لاستنتاج مواصفات الخشونة لسطح باستخدام مخطط القص

سندرس تطبيق نموذج Ohlidal السابق باستخدام تركيبة Michelson (الشكل 17)

يعطى الحقل الناتج عن كل من المرآتين في نقطة P من مستوي المحس

$$\begin{aligned} E_1 &= \exp [i(-\mathbf{k}_1 \mathbf{r} + \phi_1)] \\ E_2 &= \exp [i(-\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi_2)] \end{aligned} \quad (68)$$

حيث:

$\mathbf{r}$  شعاع الموضع و  $\mathbf{k}_n$  شعاع الموجة المنعكسة عن إحدى المرآتين

$$\mathbf{k}_1 \mathbf{r} = k(-x \sin \alpha_1 + z \cos \alpha_1)$$

$$\mathbf{k}_2 \mathbf{r} = k[-(x + \tau) \sin \alpha_2 + z \cos \alpha_2]$$

$\tau$ : الانزياح الخطي الناتج عن تدوير المرآة ويسمى مسافة القص وهي المسافة بين نقطتين تعطيان نفس الخيال.

ويكون فرق الصفحة

$$\phi_1 = 2k\{Z(x_1, y) + h(x_1, y, Z(x_1, y))\} + \phi_{01}$$

$$\phi_2 = 2k\{Z(x_2, y) + h(x_2, y, Z(x_2, y))\} + \phi_{02}$$

حيث  $Z(x_j, y)$  تابع السطح الوسطي و  $h(x_j, y, Z(x_j, y))$  ارتفاع خشونة السطح والمقادير  $\phi_{01}$  و  $\phi_{02}$  فرقا الصفحة

الابتدائية وهي ثوابت

ولدينا

$$x_2 = (x + \tau) \cos \alpha_2 + z \sin \alpha_2 \text{ و } x_1 = x \cos \alpha_1 + z \sin \alpha_1$$

حيث  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  زاويتا الحزمتين  $a$  و  $b$  (الشكل 17).

بافتراض أن السطح قليل التقوس أو مسطح في المنطقة المضاءة يمكن أن نكتب

$$Z(x_j, y) = -x_j^2 / (2R_1) - y^2 / (2R_2)$$

حيث  $R_1, R_2$  نصفا قطري التقوس الرئيسين للسطح

يكتب فرق الصفحة بين الحزمتين  $a$  و  $b$

$$\Delta = k \left\{ \left[ \alpha_2 - \alpha_1 + 2 \left( \frac{\tau}{R_1} \right) \right] x + 2[h(x, y) - h(x + \tau, y)] + \tau \alpha_2 + 2 \left( \frac{\tau^2}{2R_1} \right) \right\} + \phi_{01} - \phi_{02} \quad (69)$$

وهذه العلاقة صالحة من أجل سطوح مقوسة باعتبار الشرط التالي محقق:

$$|L^2 \alpha_j \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)| \ll L_c$$

حيث  $L$  نصف قطر المنطقة المضاءة و  $L_c$  طول ترابط ارتفاعات خشونة السطح.

شرط ظهور أهداب في النمط التداخلي الناتج  $\Delta = (2m - 1)\pi : m = \{1, 2, \dots\}$   
 بالتعويض في العلاقة (69)

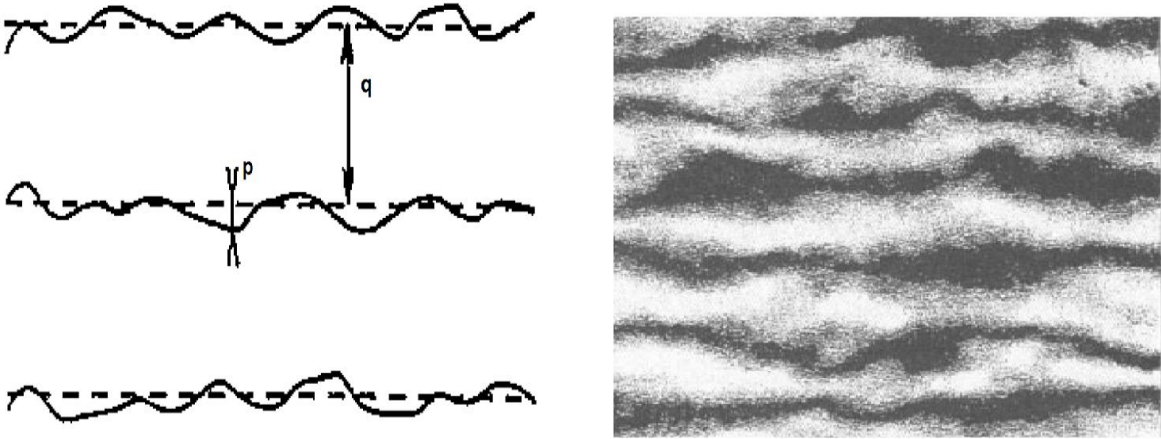
$$(2m - 1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \left[ \alpha_2 - \alpha_1 + 2 \left( \frac{\tau}{R_1} \right) \right] x + 2[h(x, y) - h(x + \tau, y)] + \tau\alpha_2 + 2 \left( \frac{\tau^2}{2R_1} \right) \right\} + \phi_{01} - \phi_{02}$$

$$\left[ \alpha_2 - \alpha_1 + 2 \left( \frac{\tau}{R_1} \right) \right] x + 2[h(x, y) - h(x + \tau, y)]$$

$$= (2m - 1) \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2\pi} (\phi_{02} - \phi_{01}) - \tau\alpha_2 - 2 \left( \frac{\tau^2}{2R_1} \right)$$

بالتالي ستظهر أهداب أفقية (وفق المحور  $x$ ) وتكون معادلة المستقيمات الوسطية للأهداب المظلمة:

$$\left[ \alpha_2 - \alpha_1 + 2 \left( \frac{\tau}{R_1} \right) \right] x = (2m - 1) \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2\pi} (\phi_{02} - \phi_{01}) - \tau\alpha_2 - 2 \left( \frac{\tau^2}{2R_1} \right)$$



الشكل 18: الأهداب السوداء الناتجة عن سطح خشن. يُحسب  $p$  و  $q$  ابتداءً من مركز الهدب الأسود

المقدار  $q$  يمثل المسافة بين هديين مظلمين متتاليين ويعطى بالعلاقة:

$$q = \frac{\lambda}{\left[ \alpha_2 - \alpha_1 + 2 \left( \frac{\tau}{R_1} \right) \right]} \quad (70)$$

والمقدار  $p$  وهو المسافة بين مركز الهدب والمستقيم الوسطي لهذا الهدب (الشكل 18):

$$p = \frac{2\zeta}{\left[ \alpha_2 - \alpha_1 + 2 \left( \frac{\tau}{R_1} \right) \right]} \quad (71)$$

حيث  $\zeta$  فرق الارتفاع بين النقطتين  $(x, y)$ ,  $(x + \tau, y)$  أي  $\zeta = h(x, y) - h(x + \tau, y)$

ومما سبق يكون

$$\zeta = \frac{\lambda p}{2q}$$

وبدراسته إحصائياً تتمكن من الحصول على المعاملات الإحصائية لخشونة السطح.

الانحراف المعياري  $\sigma_\zeta$  لقيم فرق الارتفاعات  $\zeta$  بين نقطتين  $(x, y), (x + \tau, y)$  تحقق

$$\sigma_\zeta^2 = 2\sigma_h^2[1 - c(\tau)] \quad (72)$$

حيث  $c(\tau)$  ثابت الترابط الذاتي لارتفاعات خشونة السطح

من أجل قيم كبيرة كفاية لـ  $\tau$  يمكن اعتبار  $c(\tau)$  معدوماً وبالتالي حساب  $\sigma_h$  من العلاقة

$$\sigma_\zeta^2 = 2\sigma_h^2 \quad (73)$$

حتى نستطيع تميز الأهداب يجب أن يتحقق  $p < q$  بالتالي يمكن قياس المعاملات الإحصائية للخشونة من أجل سطوح تحقق

$$\sigma_h < \lambda$$

## الفصل الثالث

# البنية التجريبية

### 1.3- مقدمة

يهدف هذا العمل إلى قياس المعاملات الإحصائية لسطح خشن ضمن فرضية أنه يتبع توزيعاً غاوسياً، من خلال تطبيق الطرق واستخدام العلاقات المذكورة في الفصل الثاني والتحقق من النتائج تجريبياً وقد تم إجراء أربع تجارب:

- قياس خشونة سطح اعتماداً على دراسة الترابط الطيفي بين نمطي بقيعات.
- قياس خشونة سطح اعتماداً على دراسة الترابط الزاوي بين نمطي بقيعات.
- إظهار أنماط البقيعات الناتجة عن مخطط القص Shearography.
- قياس خشونة سطح اعتماداً على التخماد مع ثابت Rayleigh (الانعكاسية المرآوية Specular Reflectance).

### 2.3- التجهيزات المستخدمة

- ليزر He-Ne مستمر بطول موجة  $0.6328 \mu m$  مستقر ترددياً وباستطاعة 5mW وقطر الحزمة من رتبة 1mm .
- ليزر (Diode Pumped Solid State) DPSS مستمر بطول موجة  $0.532 \mu m$  واستطاعة 5mW من صنع Small Sun ZY-851.
- مقطب newport
- مرشح مكاني من أجل ضمان الحصول على موجة غاوسية (قمنا بتصميمه وتصنيعه)
- كاميرة CCD بأبعاد محس ¼ in وأبعاد بيكسل  $1.25 \mu m$ .

- مقياس استطاعة ضوئية.
- طاولة عزل اهتزازات.
- مجموعة من العناصر البصرية والمثبتات.

تمت عمليات معالجة الصورة وحساب تحويلات فورييه وفورييه العكسي وقيم الترابط باستخدام برمجية Matlab R2016a.

### 3.3 تحضير العينات

العينة المقيسة المرجعية هي صفيحة مقارنة خشونة تحوي 5 عينات ( $\sigma_h = 0.4, 1.6, 3.2, 6.3, 12.5 \mu m$ ) من صنع Proceq™.

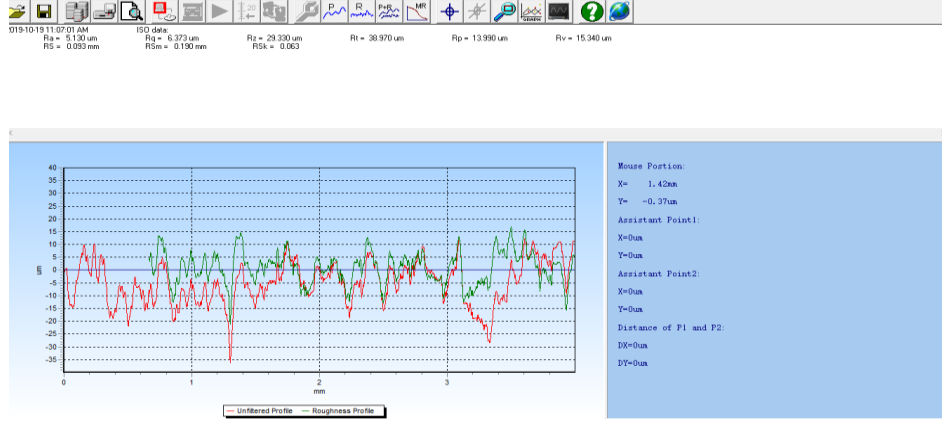
بالإضافة إلى عينة القياس المرجعية قمنا بتحضير ثلاث عينات تشغيل من فولاذ ST37 ، مربعة الشكل بأبعاد  $5 \times 5 cm$  معالجة بالصفع بالرمال (sand plast). من أجل تمييز العينات تم تنفيذ الصفع بارتفاعات مختلفة وحصلنا على ثلاث عينات مختلفة تم تصنيع هذه العينات في معمل شركة إسناد.

قمنا بقياس خشونة هذه العينات باستخدام المحس الميكانيكي mahr perthometer s6b الموجود في معهد الميكانيك وكان القياس المنفذ في اتجاه وحيد.

للتأكد من القيم قمنا أيضاً بقياس خشونة هذه العينات باستخدام المحس الميكانيكي TimeSurf tr200 الموجود في جامعة دمشق كلية الهندسة الميكانيكية، الذي يقيس الانحراف المعياري وفق خط مستقيم وحيد (واجهته برنامج القياس مبينة في الشكل 19)، وللحصول على قيمة الانحراف المعياري للارتفاعات قمنا بإجراء قياسين متعامدين لكل عينة وأخذنا متوسط القياسين. يوضح الجدول نتائج القياس:

جدول 1: القياس بالمحس الميكانيكي لعينات ST37 المعالجة بالصفع بالرمال

العينة	$\sigma_h \mu m$ (TimeSurf)	$\sigma_h \mu m$ (mahr)
S1	4.8	4.58
S2	5.4	5.30
S3	6	6.01



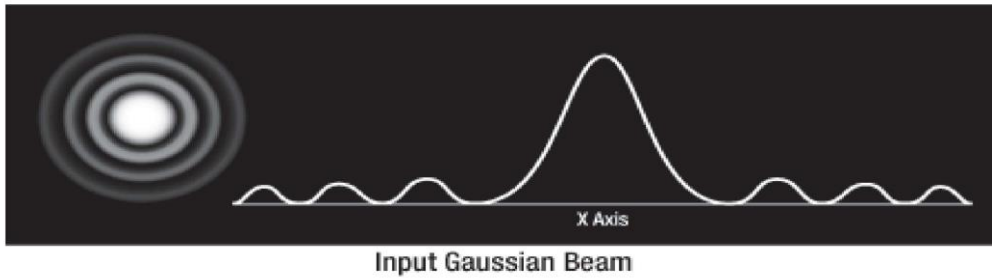
الشكل 19: واجهة برنامج المحس الميكانيكي

### 4.3- تصميم المرشح المكاني

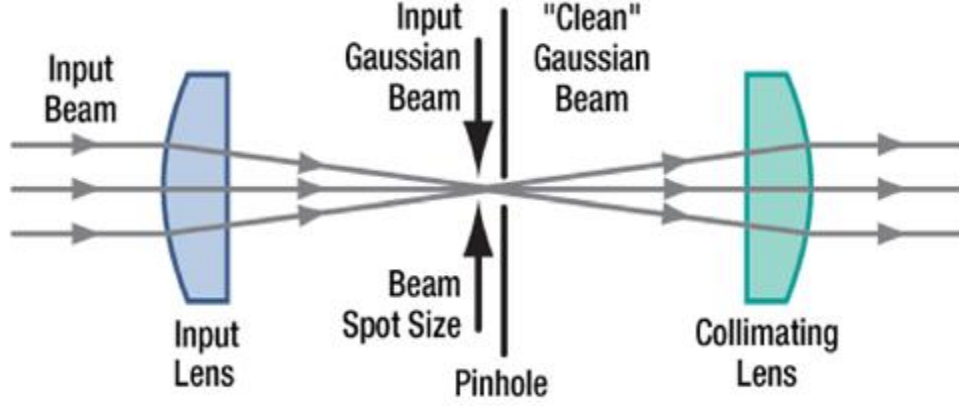
تحتوي حزمة الليزر الغاوسية مركبات أخرى غير الحزمة الرئيسية تمثل بضجيج (الشكل 20) ويستخدم مرشح مكاني لحذف هذه المركبات.

يبين (الشكل 21) مكونات المرشح المكاني، وهذه المكونات:

- عدسة الدخل، وهي مصححة من العيوب الكروية.
- ثقب ميكروي.
- عدسة تجميع.



الشكل 20: حزمة ليزر مع ضجيج



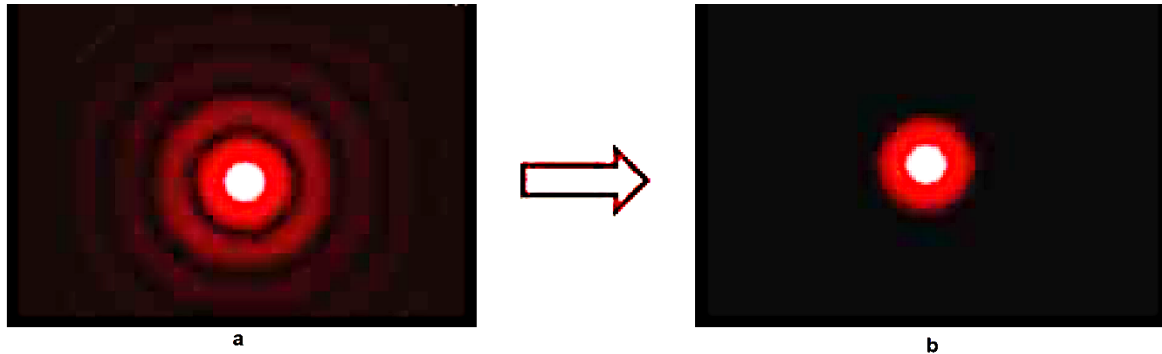
الشكل 21: مرشح مكاني: المكونات عدسة دخل مصححة من العيوب الكروية، الثقب، عدسة التجميع [22]

من المهم اختيار البصريات المناسبة لضمان نقاء الحزمة وعدم حدوث انعراج عند أطراف الثقب، وبالتالي من علاقة حد الانعراج يكون قطر الثقب:

$$D_{pinhole} = \frac{8 \lambda f_{input\ lens}}{\pi D_{input}}$$

حيث  $D_{pinhole}$  قطر الثقب و  $\lambda$  طول موجة الليزر المستخدم و  $f_{input\ lens}$  البعد المحرفي لعدسة الدخل المستخدمة و  $D_{input}$  قطر الليزر المستخدم

في عملنا استخدمنا طولين موجيين  $0.6328 \mu m$  و  $0.532 \mu m$  بقطري حزمة متقاربين  $D_{input} \cong 1mm$  استخدمنا عينية مجهر  $20x$  (مصححة كروياً) كعدسة دخل، اختيار ثقب بقطر  $D_{pinhole} = 10 \mu m$  كان مناسباً في كلا الحالتين، أما عدسة التجميع فتستخدم لتحديد عرض حزمة الخرج المرغوب. يبين الشكل 22 نتائج الترشيح المكاني لحزمة الليزر He-Ne



الشكل 22: (a) حزمة الليزر قبل الترشيح (b) الحزمة بعد الترشيح نلاحظ اختفاء الضجيج المحيط بالحزمة لأكروية

## 5.3 دراسة الترابط الطيفي لأنماط البقعيات

### 1.5.3 تحضير التجربة

في الفقرة 2.2 وجدنا تابع الترابط الطيفي لنمطي بقعيات ناتجين عن طولين موجيين مختلفين. لتحقيق السيناريو المقترح ننفذ المخطط المبين في (الشكل 24) حيث نستخدم كلا الليزرين بعد دمج خرجهما بواسطة مجزئ حزمة، ومن الضروري هنا استخدام المقطب لأن الليزر DPSS غير مستقطب.

من أجل تحقيق الشروط الثلاثة اللازمة لظهور الحزم الجانبية في تابع الترابط الواردة في الفقرة 2.2 قمنا بما يلي:

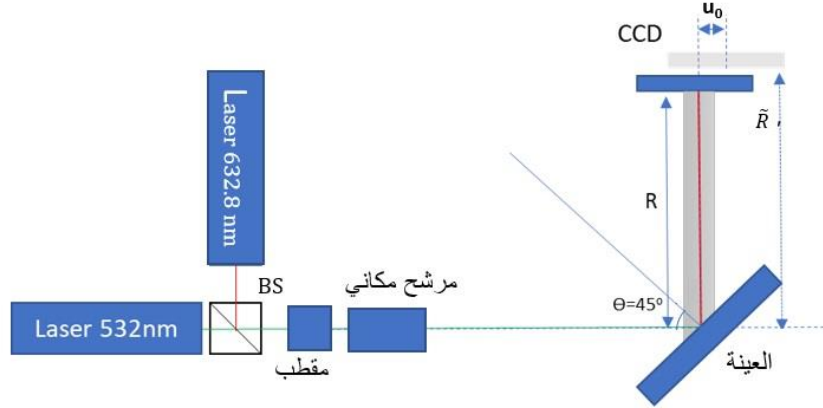
○ إذا كانت المسافة بين المحس والعينة المختبرة  $R=15\text{ cm}$  عند استخدام ليزر He-Ne يجب أن تكون المسافة بين المحس والعينة المختبرة  $\bar{R} = 15 * 0.6328/0.532 = 17.84\text{cm}$  عند استخدام الليزر DPSS.

○ زاوية ورود تساوي زاوية المراقبة  $\theta = 45^\circ$

○ لحساب الحد الذي سيحدد سعة الحزم الجانبية - الحد  $\exp\{-\sigma^2(v - \bar{v})^2\}$  في المعادلة (56) نجد القيم في الجدول (2)، نستنتج أنه لا يمكن قياس إلا العينة ذات الانحراف المعياري للارتفاعات  $\sigma_h = 0.4\mu\text{m}$ ، فمن أجل هذه القيمة وحدها تكون سعة الحزمة الجانبية من أجل زاوية ورود  $\theta = 45^\circ$  من رتبة 10% من الحزمة المركزية وهو قابل للقياس.

جدول 2: ساعات الحزم الجانبية في تابع الترابط الطيفي للعينات المختلفة

سعة الحزم الجانبية $\exp\{-\sigma^2(v - \bar{v})^2\}$	قيمة $\sigma_h$ للعينة ( $\mu\text{m}$ )
0.10	0.4
$2*10^{-16}$	1.6
$1*10^{-63}$	3.2



الشكل 24: مخطط دراسة الترابط الطيفي لأنماط البقع

من أجل تأمين الانزياح الجانبي نقوم بإزاحة الصورة رقمياً بمقدار 200 pixel (الشكل 24) وبذلك نحصل على إزاحة بمقدار  $200 * 1.25 = 250 \mu m$



الشكل 23: الانزياح الجانبي  $u_0$  وذلك بأخذ صورتين مزاحتين إحداهما بالنسبة إلى الأخرى

### 2.5.3 خطوات تنفيذ التجربة

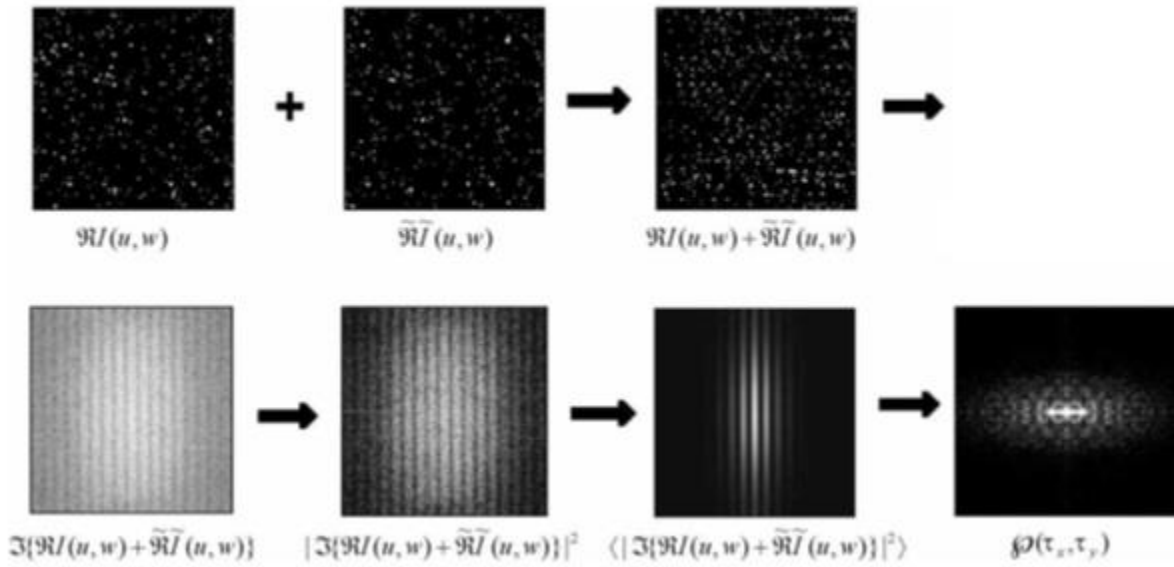
للحصول على تابع ترابط الطيفي بين النمطين قمنا بما يلي:

- تسجيل صورة لأنماط البقع الناتجة من أجل كل طول موجة، بعد إزاحة الكاميرة إلى الموضع المحسوب من أجله.
- تسجيل إشارتي الخرج  $\Re I(u, w)$ ،  $\Re \tilde{I}(u, w)$  حيث  $\Re$  هي الاستجابة الطيفية للكاميرة و  $\tilde{I}$  إشارة دخل الكاميرة.

لحساب مخطط الترابط بين الإشارتين نقوم بترشيح الصورة الناتجة باستخدام مرشح FFT وفق الخطوات التالية:

- نجمع خرجي الإشارتين  $\Re I(u, w) + \Re \tilde{I}(u, w)$

- نحسب تحويل فورييه للمجموع  $\mathfrak{I}(\mathfrak{R}I(u, w) + \mathfrak{R}\tilde{I}(u, w))$
  - نربع الطيف الناتج  $|\mathfrak{I}\{\mathfrak{R}I(u, w) + \mathfrak{R}\tilde{I}(u, w)\}|^2$
  - نحسب المتوسط أو الاستطاعة المحصلة وذلك بتطبيق مرشح غاوسي
  - $\langle \mathcal{F}(f_1, f_2) \rangle = \langle |\mathfrak{I}\{\mathfrak{R}I(u, w) + \mathfrak{R}\tilde{I}(u, w)\}|^2 \rangle$
  - نحسب تابع الترابط الذاتي وذلك وفق مبرهنة Wiener-Khinchine عن طريق حساب تحويل فورييه العكسي للاستطاعة وتوزيعها بقيمة تابع الترابط عند 0، ثم رسم المنحني الناتج.
- يبين الشكل 25 ناتج كل خطوة من الخطوات السابقة.



الشكل 25: خطوات إيجاد تابع الترابط الطيفي بين نمطي بقيعات باستخدام مبرهنة Wiener-Khinchine

بالتالي يمكن حساب المعاملات الإحصائية التالية من العلاقتين (58، 59)

- حساب قيمة الانحراف المعياري لارتفاعات السطح من العلاقة

$$\sigma_h = \frac{\sqrt{-\ln 2V_{\max}}}{|v - \tilde{v}|}$$

- طول ترابط خشونة السطح  $L_c$

$$L_c = \frac{\sigma_h \cos \theta}{\sqrt{(-\ln V_{\max} + [\sigma_h(v - \tilde{v})]^2)/2v\tilde{v}}} \Delta$$

### 3.5.3 ارتيابات القياس

#### علاقة الانحراف المعياري للارتفاعات

من أجل تحديد ارتياب القياس ندرس علاقة الانحراف المعياري للارتفاعات

$$\sigma_h = \frac{\sqrt{-\ln 2V_{\max}}}{|v - \tilde{v}|} = \frac{\lambda \tilde{\lambda} * \sqrt{-\ln 2V_{\max}}}{4\pi \cos \theta * |\tilde{\lambda} - \lambda|}$$

نحسب الارتياب النسبي في  $\sigma_h$  بافتراض المقادير مستقلة بعضها عن بعض

$$\frac{\Delta\sigma_h}{\sigma_h} = \sqrt{2 \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2 \left(\frac{\Delta\tilde{\lambda}}{\tilde{\lambda}}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta V_{\max}}{V_{\max} * \ln V_{\max}}\right)^2 + (\tan\theta \cdot \Delta\theta)^2}$$

الارتيابات الممكنة:

- الارتياب في تحديد القيم العظمى: الارتياب هنا هو ارتياب نمذجة القيم التجريبية بمنحنٍ في Matlab. هذا الارتياب صغير جداً عند معالجة صورة من رتبة 1000 pixel وسوف يتم إهماله.
- ارتياب طول موجة الليزر: القيمة الاسمية للارتياب في طول موجة الليزر DPSS هو 5% من طول الموجة الاسمي، أما الارتياب في طول موجة ليزر He-Ne فهو مهمل.
- الارتياب في تحديد الزاوية: تؤمن المنصة المتوفرة دوراناً بدقة دقيقتين قوسيتين.

بالتالي يصبح الارتياب المقيس

$$\frac{\Delta\sigma_h}{\sigma_h} = \sqrt{2 \left(\frac{\Delta\tilde{\lambda}}{\tilde{\lambda}}\right)^2 + (\tan\theta \cdot \Delta\theta)^2} = 7\%$$

ارتياب طول الترابط :

○ الارتياب الناتج عن تغير موضع الكاميرة

للحصول على طول الترابط من العلاقة (56) ذكرنا سابقاً أنه يجب التخلص من الحد

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_h}{L_c}\right)^2 v \tilde{v} \frac{(\lambda R - \tilde{\lambda} \tilde{R})^2}{4} \left(\frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2\right) \right\}$$

الكاميرة  $\Delta R$  نعرف المقدار  $\Delta x = \lambda R - \tilde{\lambda} \tilde{R}$  يكتب الحد السابق بالشكل

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_h}{L_c}\right)^2 v \tilde{v} \frac{(\Delta x)^2}{4} \left(\frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2\right) \right\}$$

نعيد كتابة الحدين في (56)

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_h}{L_c} \right)^2 v \tilde{v} \frac{(\lambda R - \tilde{\lambda} \tilde{R})^2}{4} \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\} \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{2 v \tilde{v}} \left( \frac{L_c}{\sigma_h} \right)^2 \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\}$$

$$= \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{2 v \tilde{v}} \left( \frac{1}{\sigma_h} \right)^2 \left( L_c^2 + \sigma_h^4 (v \tilde{v})^2 \frac{(\Delta x)^2}{4 \pi^2 L_c^2} \right) \left( \frac{f_1^2}{\cos^2 \theta_2} + f_2^2 \right) \right\}$$

إن الارتياح  $\Delta R$  سيؤدي إلى ارتياح في  $L_c$  نرسمه  $\Delta L_{c\Delta R}$  وعندها يكون:

$$(L_c + \Delta L_{c\Delta R})^2 = \left( L_c^2 + \sigma_h^4 (v \tilde{v})^2 \frac{(\Delta \varepsilon)^2}{4 \pi^2 L_c^2} + o(\Delta L_{c\Delta R}^2) \right)$$

ونكتب

$$\Delta L_{c\Delta R} < \sigma_h^4 (v \tilde{v})^2 \frac{(\Delta \varepsilon)^2}{4 \pi^2 L_c^3}$$

من ارتياح في تحديد أحد مواضع الكاميرة  $\Delta R = 100 \mu m$  يكون  $\Delta x = 63.28 \mu m^2$

أي من أجل طول ترابط يساوي  $L_c = 100 \mu m$  كون الارتياح في طول الترابط  $\frac{\Delta L_{c\Delta R}}{L_c} = 0.1\%$

○ الارتياح في حساب طول الترابط من العلاقة (59)

$$\frac{\Delta L_c}{L_c} = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{\Delta \tilde{\lambda}}{\tilde{\lambda}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \sigma_h}{\sigma_h} \right)^2 + (\tan \theta * \Delta \theta)^2} = \sqrt{\frac{7}{2} \left( \frac{\Delta \tilde{\lambda}}{\tilde{\lambda}} \right)^2 + 2. (\tan \theta * \Delta \theta)^2} = 9\%$$

وهذا ينهي المطلوب في هذه التجربة.

## 6.3- دراسة الترابط الزاوي لأنماط البقعيات

### 1.6.3 تحضير التجربة

وجدنا في الفقرة 3.2 تابع الترابط الزاوي لنمطي بقعيات ناتجين عن ورودين بزوايتين مختلفتين، ولتحقيق السيناريو المقترح نفذ المخطط المبين في (الشكل 26) حيث نستخدم مايلي:

- ليزر He-Ne.
- عدسة بعدها المحرق  $f = 15mm$ .
- زاوية ورود الليزر  $\theta = 30^\circ$ .

تثبت العينة على منصة دوران بحيث تكون على محور الدوران تماماً، ثم تثبت العدسة والكاميرا بحيث تكون العينة في أحد محوري العدسة والكاميرا في المحرك الأخر.

### 2.6.3 خطوات تنفيذ التجربة

نغير زاوية الورد بمقدار  $\frac{\delta\theta}{2} = 1^\circ$  ونأخذ صورة من الكاميرا. ثم نغير الزاوية بمقدار  $\frac{\delta\theta}{2} = -1^\circ$  ونأخذ صورة أخرى.

لحذف الترابط المكاني يجب أن نحقق إزاحة  $f \cos \theta \delta\theta = 0.453mm = 362pixel$  في الصورة الثانية وتحقق هذه الإزاحة رقمياً كما في الفقرة السابقة.

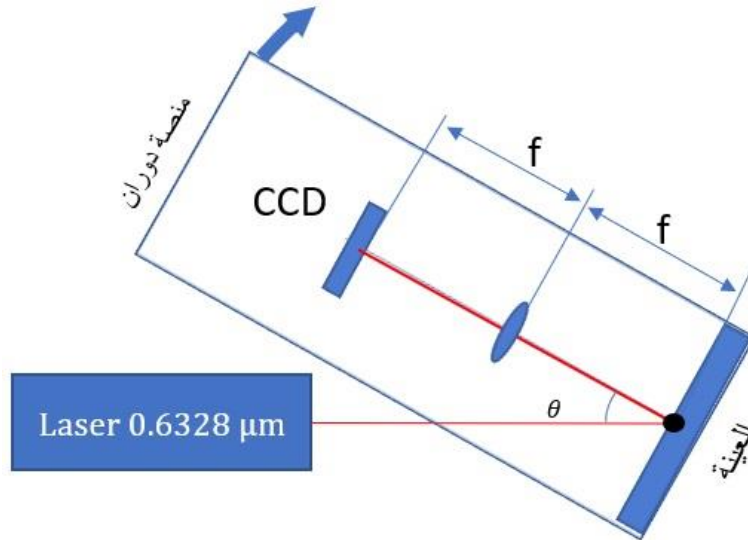
ثم نحسب قيمة تابع الترابط بين الصورتين من العلاقة (67)

$$\rho_R = \frac{\sum_{u_1} \sum_{w_1} I_1(u_1, w_1) I_2(u_1 - f \cos \theta \delta\theta, w_1)}{\sqrt{\sum_{u_1} \sum_{w_1} I_1^2(u_1, w_1) \sum_{u_1} \sum_{w_1} I_2^2(u_1 - f \cos \theta \delta\theta, w_1)}}$$

عملياً قمنا باستخدام التابع corr2 في matlab بين الصورتين وذلك بعد إزاحة احدى الصورتين بمقدار 362 pixel

ثم نوجد قيم  $\sigma_h$  من العلاقة رقم (65)

$$\rho_R = \exp(-4\sigma_h^2 \sin^2 \theta k^2 \delta\theta^2)$$



الشكل 26: مخطط دراسة الترابط الزاوي لأنماط البقع

### 3.6.3 - ترتيب القياس

لإيجاد الارتياح في الانحراف المعياري للارتفاعات

$$\begin{aligned} \wp_R &= \exp(-4\sigma_h^2 \sin^2 \theta k^2 \delta \theta^2) \\ \sigma_h^2 &= \frac{\ln(\wp_R)}{4 \sin^2 \theta_0 k^2 \delta \theta_0^2} = \frac{\sqrt{\ln(\wp_R)}}{2 \sin \theta_0 k \delta \theta_0} \\ \frac{\Delta \sigma_h}{\sigma_h} &= \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\Delta \ln(\wp_R)}{\sqrt{\ln(\wp_R)}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta}{\tan(\theta)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\delta \theta)}{\delta \theta}\right)^2} \end{aligned}$$

• قبل الوصول إلى العلاقة السابقة قمنا بحذف الارتباط الناتج عن الإزاحة المكانية من (المعادلة 67):

$$\begin{aligned} \wp_s(u_1, w_1, u_2, w_2) &= \exp\left[-\left(\frac{lk}{2f} \cos \theta\right)^2 (u_1 - u_2 - f \cos \theta \delta \theta)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{lk}{2f}\right)^2 (w_1 - w_2)^2\right] \end{aligned}$$

لحذف هذا الحد حققنا إزاحة بمقدار 362 pixel. إن الارتياح في هذه الإزاحة هو  $\Delta_{tilt} = 0.5 \text{ pixel} = 0.625 \mu\text{m}$

$$\Delta \wp_s = \exp\left[-\left(\frac{lk}{2f} \cos \theta\right)^2 (\Delta_{tilt})^2\right]$$

وقيمة الترابط المحسوبة من Matlab

$$\begin{aligned} \wp &= \wp_R \cdot \Delta \wp_s \\ \Delta \ln(\wp_R) = \ln(\Delta \wp_s) &= \left(\frac{lk}{2} f \cos \theta\right)^2 (\Delta_{tilt})^2 = 0.033 \end{aligned}$$

من أجل  $\sigma_h = 1.6 \mu\text{m}$  وبنفس ظروف القياس يكون  $\ln(\wp_R) = 0.32$  بالتالي

$$\frac{\Delta \ln(\wp_R)}{\sqrt{\ln(\wp_R)}} = 1\%$$

• ترتيب  $\Delta \theta$  و  $\Delta(\delta \theta)$  هو دقيقتان قوسيتان.

ومن ثم يكون الارتياح النسبي:

$$\frac{\Delta \sigma_h}{\sigma_h} = 2\%$$

## 7.3- قياس خشونة سطح اعتماداً على التخماد مع ثابت Rayleigh (الانعكاسية المرآوية Specular Reflectance)

### 1.7.3 تحضير التجربة

من أجل قياس الانحراف المعياري لارتفاعات الخشونة  $\sigma_h$  نقوم بدراسة تخامد الشدة المنتشرة مع زاوية ورود الحزمة الليزرية. وجدنا سابقاً (الفقرة 6.2.1) أن متوسط الحقل المنتشر في النقطة  $\mathbf{R}$  يكتب بالصورة:

$$\langle E_r(\mathbf{R}) \rangle = E_r^{flat}(\mathbf{R}) \exp(-2R_a^2)$$

حيث  $R_a$  ثابت Rayleigh للخشونة الكهرومغناطيسية. ويعطى من العلاقة (48)

$$R_a = k\sigma_h \cos \theta_i$$

بالتالي ستستخدم الشدة مع  $\exp(-4R_a^2)$

$$P = \frac{|I|}{\Sigma_{lens}}$$

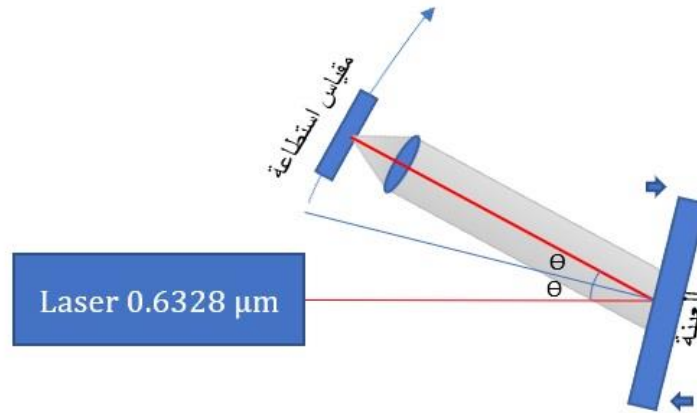
ونكتب العلاقة من أجل زاويتي ورود  $\theta$  و  $\theta + \delta\theta$

$$\frac{P|_{\theta+\delta\theta}}{P|_{\theta}} = \frac{I|_{\theta+\delta\theta}}{I|_{\theta}} = \exp[4k^2\sigma_h^2(\cos^2(\theta) - \cos^2(\theta + \delta\theta))]$$

### 2.7.3 خطوات تنفيذ التجربة

وفق المخطط المبين بالشكل 27 نقوم بقياس محصلة الاستطاعة المنتشرة الواردة على عدسة قطرها 33.29mm، تبعد مسافة  $R = 142mm$  بواسطة مقياس استطاعة ضوئي موجود في محرق هذه العدسة، ابتداءً من زاوية ورود تساوي  $\theta = 15^\circ$  وبخطوة  $\delta\theta = 2^\circ$

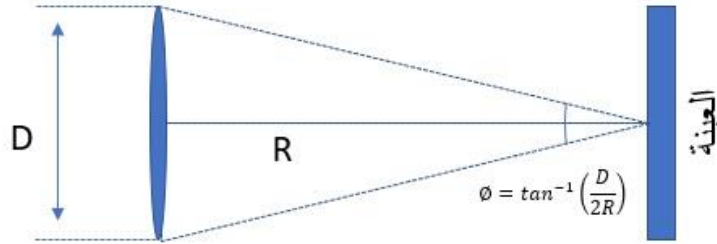
بالتالي سنقوم بدراسة تخامد الشدة مع مربع جيب التمام زاوية الورد ونستنتج  $\sigma_h$  للسطح من علاقة التخماد.



الشكل 27: مخطط دراسة معامل Rayleigh للخشونة الكهرومغناطيسية

### 3.7.3 ترتيب القياس

تعمل العلاقات السابقة أثر الموجات المنتشرة بزوايا مختلفة عن زاوية الانعكاس المرآوي (specular) ويكون هذا الأثر مرتبطاً بزوايا قبول أداة القياس  $\Phi$  (الشكل 28)



الشكل 28: زاوية قبول أداة القياس

من H.Davies [17]:

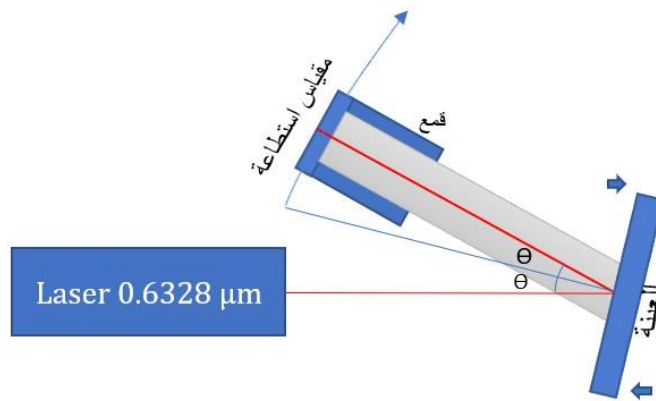
الاستطاعة المنتشرة بشكل غير مرآوي أي الناتجة عن الأشعة غير المترابطة تعطى بالعلاقة

$$\frac{I|_{\theta,noncoherent}}{I|_{flat}} = \frac{2^5 \pi^4}{\sigma_s^2} \left( \frac{\sigma_h \cos(\theta)}{\lambda} \right)^4 \exp \left( -2 \left( \frac{\pi^2 \sigma_h \cos(\theta) \Phi}{\sigma_s \lambda} \right)^2 \right)$$

أما الاستطاعة المرآوية أي الناتجة عن الأشعة المترابطة:

$$\frac{I|_{\theta,coherent}}{I|_{flat}} = \exp(-4R_a^2)$$

من أجل تخفيض تأثير الأشعة غير المترابطة نقوم بإزالة العدسة واستخدام قمعاً حتى لا يصل إلى سطح المحس إلا أشعة مترابطة بقدر الإمكان.

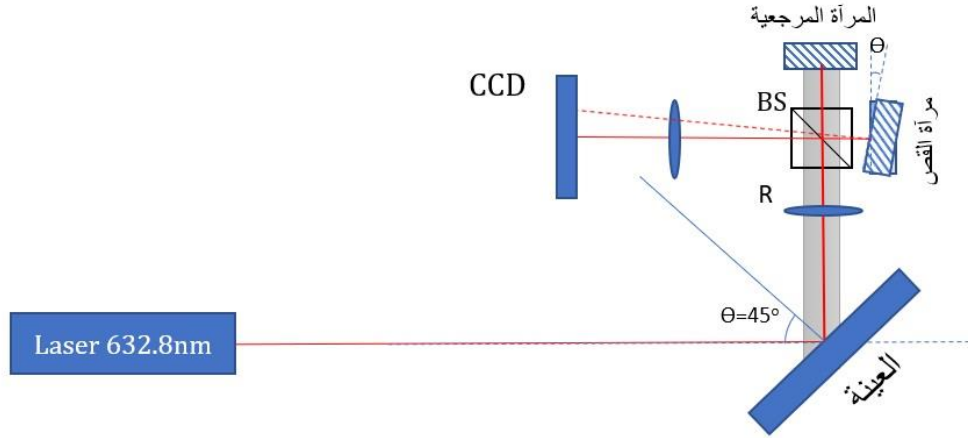


الشكل 29: الانعكاسية المرآوية تحصيل أشعة مترابطة

## 8.3 - دراسة مخطط القص Shearography

### 1.8.3 تحضير التجربة

من أجل تنفيذ الجزء المدروس في الفقرة (4.2) قمنا بضبط مداخل Michelson مؤلف من مرآتين ومجزئ حزمة وقد تم ضبطه بوضع مرآة مستوية مكان العينة في المخطط الموضح في الشكل 30، وبسبب ضعف حزمة الليزر (بعد الترشيح بالمرشح



الشكل 30: دراسة تطبيق Michelson لإيجاد أنماط مخطط القص

المكاني) أضفنا عدستين من أجل تحصيل شدة أكبر وذلك للحصول على صورة واضحة لأنماط البقيعات. محصلة الجملة البصرية تعطي صورة العينة المدروسة على محس الكاميرة.

لنذكر بأن فرق الارتفاع بين نقطتين المسافة بينهما  $\tau$  (مسافة القص) هو:  $\zeta = h(x + \tau, y) - h(x, y)$  وباستخدام العلاقات (70-73) المقدمة في الفصل الثاني (الفقرة 2.4.2) يكتب هذا الفرق بالصورة:

$$\zeta = \frac{\lambda p}{2q}$$

حيث يمثل المقداران q,p (الشكل 18):

$$q = \lambda / [\theta + 2(\tau/R_1)]$$

$$p = 2\zeta / [\theta + 2(\tau/R_1)]$$

نستطيع إذاً حساب الانحراف المعياري لارتفاعات الخشونة (كما هو موضح في الفقرة 2.4.2) وذلك بدراسة المقدار  $\zeta$  إحصائياً .

### 2.8.3 خطوات تنفيذ التجربة

وفق المخطط المبين في الشكل 29، يجب دراسة المقدار  $\zeta$  إحصائياً وذلك بأخذ عدة قيم ل q و p ويكون

$\sigma_z = \left( \frac{\sum_{i=1}^M \zeta_i^2}{M} \right)^{1/2}$  . نكرر القياس من أجل عدة قيم للانزياح الناجم عن تدوير مرآة القص  $\tau$  (كبيرة نسبياً)، ونحسب

من أجل كل قيمة لـ  $\tau$  ثم نأخذ متوسط هذه القيم  $\sigma_h = \sigma_z / \sqrt{2}$

العلاقات السابقة محققة من أجل أية قيمة لـ  $\lambda$  و  $\sigma_h$  وحدود القياس تعتمد على حساسية البنية التجريبية لإمكانية تمييز  $p$  و  $q$



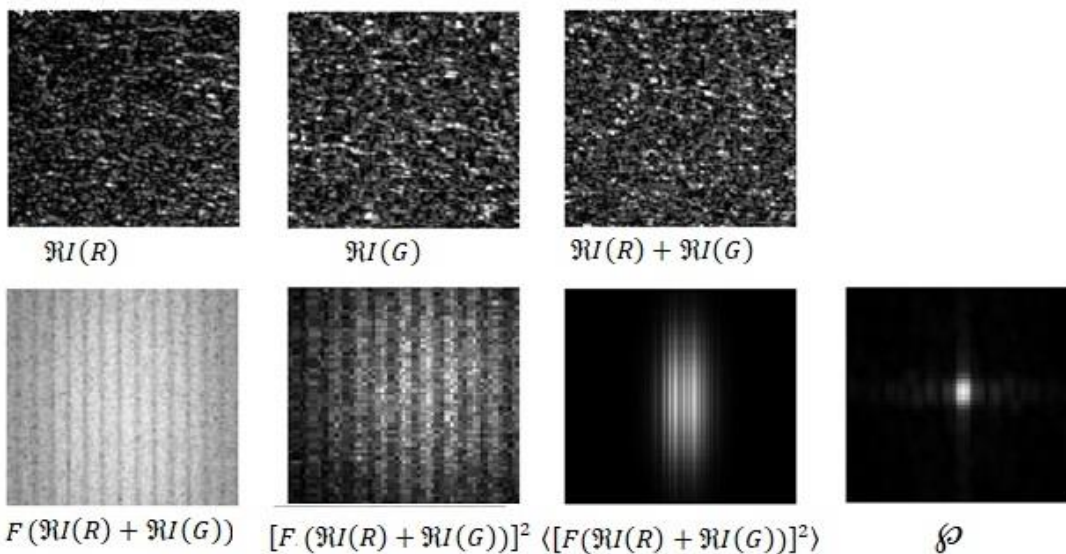
## الفصل الرابع

# النتائج وتفسيرها

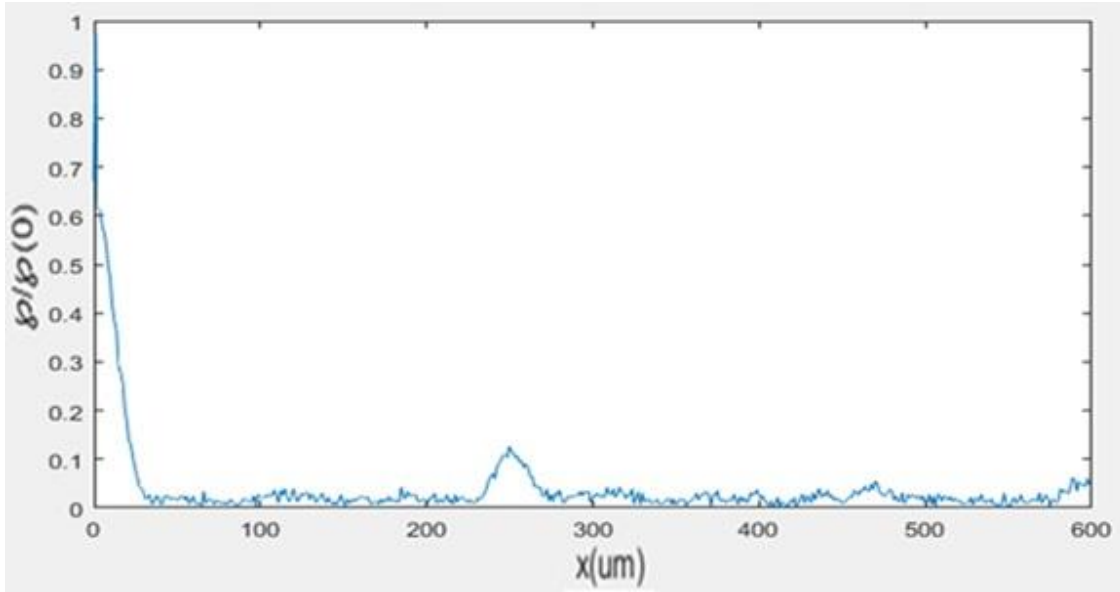
### 1.4 الترابط الطيفي بين نمطي بقيعات

يبين الشكل 31 خطوات إيجاد الترابط بين نمطي بقيعات مولدين من طولين موجيين مختلفين حسب الفقرة 4.3،

ويرسم تابع الترابط عند  $y = 0$  و  $x > 0$  ينتج الشكل 32



الشكل 31: الخطوات العملية لإيجاد تابع الترابط الطيفي لأحد القياسات



الشكل 32: تابع الترابط الطيفي عند  $y=0$  و  $x>0$

من أجل الحصول على قيم إحصائية أجرينا عدة قياسات، ومن أجل مضاعفة عدد هذه القياسات قمنا بتغيير مبدأ الانزياح  $u_0$  وبالتالي يمكن اعتبار كل نتيجة قياساً جديداً، فيكون خطأ القياس هو الانحراف المعياري للقيم الناتجة:

$$\sigma_h = 0.33 \pm 0.08 \mu m \quad (68.3\%)$$

وقيمة طول الترابط

$$L_c = 98.2 \pm 0.9 \mu m \quad (68.3\%)$$

68.3% مجال الثقة عند قيمة ترتيب مساوية للانحراف المعياري

يمكن قياس  $\sigma_h$  أكبر باستخدام طولين موجيين متقاربين عن طريق استخدام ليزر يمكن التحكم بطول موجته (tunable)

## 2.4 دراسة الترابط الزاوي لأنماط البقعيات

لدراسة الترابط الزاوي الوارد في الفقرة 5.3 قمنا بإجراء القياس مع الأخذ بعين الاعتبار أن الانزياح المكاني الناجم عن البعد عن المحور البصري سيؤثر في الصورتين المأخوذتين تأثيراً متماثلاً بالتالي لأن يؤثر في قيمة الترابط المحسوبة. ومن أجل تحديد ترتيب القياس قمنا بحساب قيمة  $\sigma_h$  الناتج عن 6 قياسات لكل عينة ويوضح الجدول 3 النتائج التي تم الحصول عليها:

جدول 3: قيم الانحرافات المعيارية التي تم الحصول عليها عن طريق إيجاد الترابط الزاوي بين نمطي بقعيات

قيمة $\sigma_h$ للعينة ( $\mu\text{m}$ )	قيمة $\sigma_h$ المقيسة ( $\mu\text{m}$ )	ترتيب القيمة 68.3% ( $\mu\text{m}$ )
1.6	2.0	0.2
3.2	3.4	0.2
6.3	7.0	0.2
12.5	13.7	0.3
S1: 4.8	5	0.2
S2: 5.4	5.7	0.4
S3: 6	5.9	0.2

نلاحظ أنه باستثناء القيمة الأولى لا يتجاوز الفرق 10% عن القيمة الاسمية.

### 3.4- دراسة ثابت Rayleigh للانتشار (الانعكاسية المرآوية)

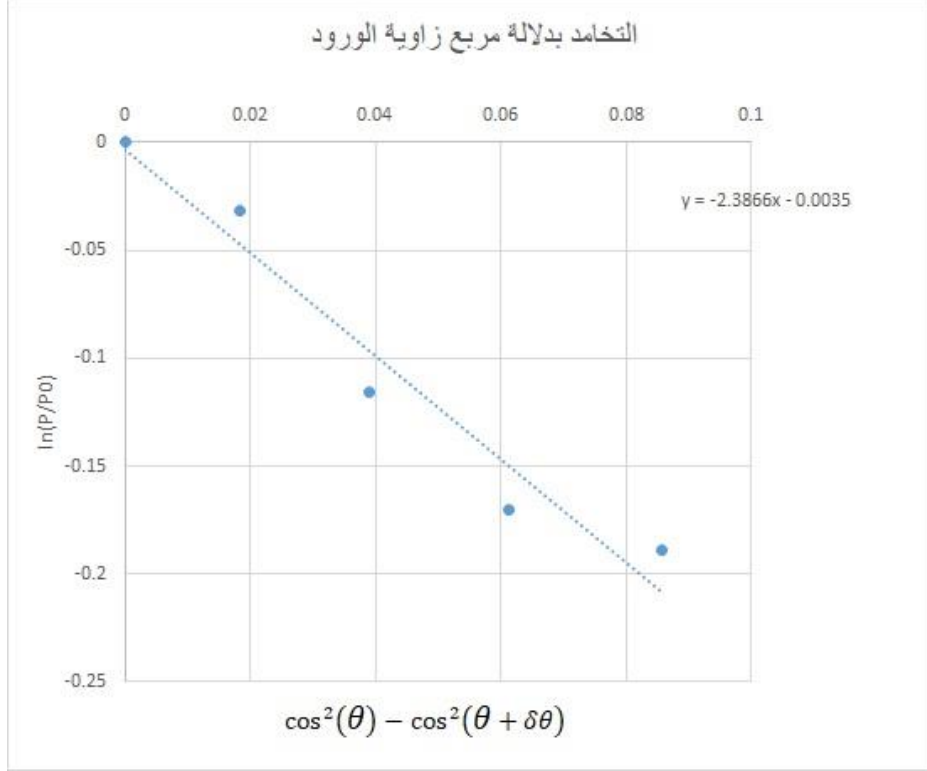
يهدف هذا الاختبار إلى إيجاد الانحراف المعياري لارتفاعات خشونة سطح عن طريق دراسة تغير التخامد مع زاوية الورود، وقد درسنا منطقة من العينة يكون فيها  $\sigma_h = 0.4 \mu\text{m}$  وكانت نتائج القياس كما هو مبين في (الجدول 4)

جدول 4: تغير تخامد الاستطاعة المنتشرة مرآوياً مع تغير زاوية الورود

$\ln \left( \frac{P_{ \theta+\delta\theta}}{P_{ \theta}} \right)$	$\cos^2(\theta) - \cos^2(\theta + \delta\theta)$	الاستطاعة المقيسة <sup>5</sup> ( $\mu\text{A}$ )	تغيير الزاوية $\delta\theta$ (درجة)
0	0	640	0
-0.03175	0.018494	620	2
-0.11583	0.039007	570	4
-0.1699	0.06144	540	6
-0.18859	0.085684	530	8

وتكون علاقة تخامد الاستطاعة  $\ln \left( \frac{P}{P_0} \right)$  بدلالة  $\cos^2(\theta) - \cos^2(\theta + \delta\theta)$  كما هو مبين في (الشكل 33)

<sup>5</sup> مقياس الاستطاعة المستخدم يعطي شدة تيار متناسبة مع الاستطاعة وطول الموجة المستخدمة



الشكل 33: تغير تخامد الاستطاعة المنتثرة مرآوياً مع تغير زاوية الورود

من العلاقة

$$\frac{P|\_{\theta+\delta\theta}}{P|\_{\theta}} = \frac{I|\_{\theta+\delta\theta}}{I|\_{\theta}} = \exp[4k^2\sigma_h^2(\cos^2(\theta) - \cos^2(\theta + \delta\theta))]$$

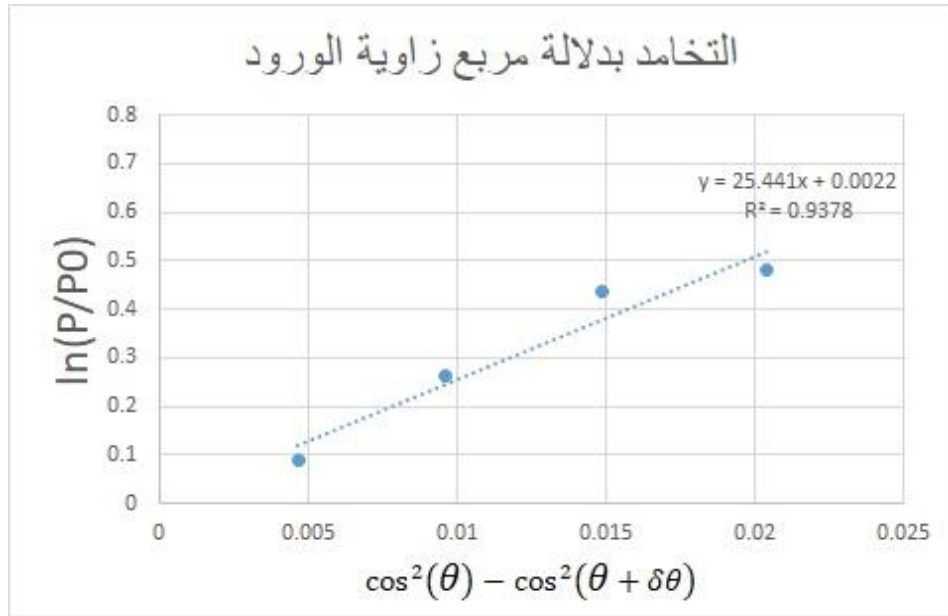
$$\ln\left(\frac{P|\_{\theta+\delta\theta}}{P|\_{\theta}}\right) = 4k^2\sigma_h^2(\cos^2(\theta) - \cos^2(\theta + \delta\theta))$$

وهي علاقة مستقيم ميله  $4k^2\sigma_h^2$  موجب، وهذا يتعارض مع المنحني الذي حصلنا عليه والمبين بالشكل 33، نستنتج أنه للحصول على قيمة الانحراف المعياري للارتفاعات يجب حذف أثر زاوية قبول أداة القياس (أثر الأشعة غير المترابطة) بإزالة العدسة. لاستخدام القمع وإعادة القياس حصلنا على النتائج المبينة في (الجدول 5).

جدول 5: تغير تخامد الاستطاعة المنتشرة مرآوياً (الأشعة المترابطة) مع تغير زاوية الورود

$\ln \left( \frac{P _{\theta+\delta\theta}}{P _{\theta}} \right)$	$\cos^2(\theta) - \cos^2(\theta + \delta\theta)$	الاستطاعة المقيسة <sup>6</sup> (nA)	تغير الزاوية $\delta\theta$ (درجة)
1	0	38.1	0
1.094156	0.004664	40.1	1
1.301948	0.009621	43.5	2
1.545455	0.014869	46.1	3
1.616883	0.020407	51.2	4

وتكون علاقة تخامد الاستطاعة  $\ln \left( \frac{P}{P_0} \right)$  بدلالة  $\cos^2(\theta) - \cos^2(\theta + \delta\theta)$  كما هو مبين في (الشكل 34)



الشكل 34: تغير تخامد الاستطاعة المنتشرة مرآوياً (الأشعة المترابطة) مع تغير زاوية الورود

من علاقة الميل يكون الانحراف المعياري للارتفاعات الحشونة

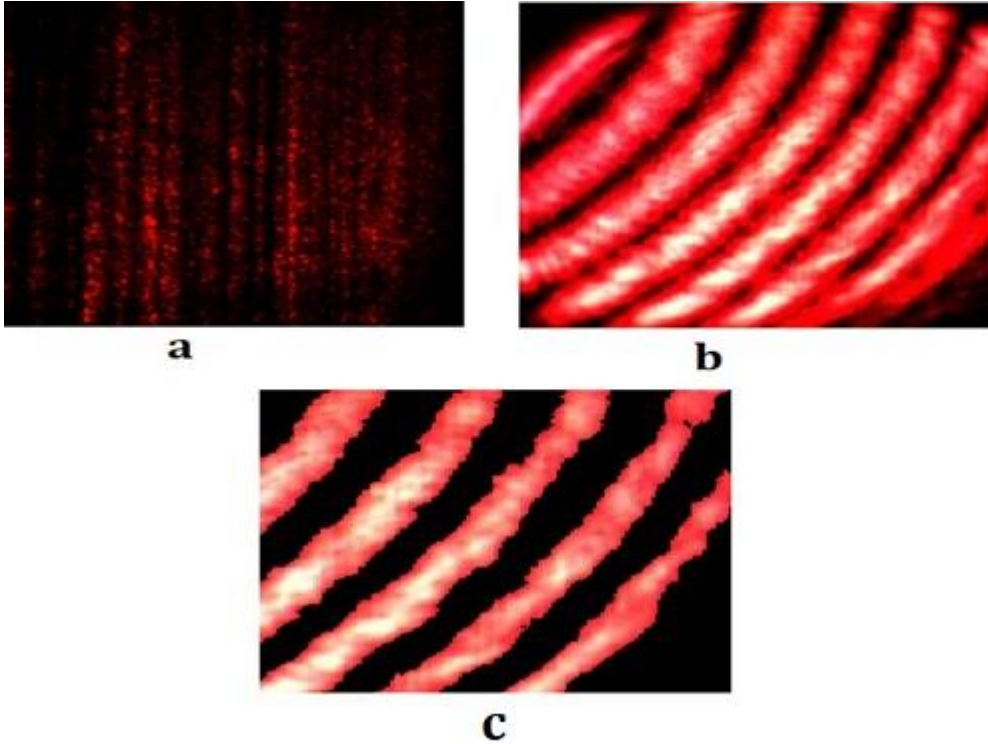
$$\sigma_h = 0.25 \mu m \pm 6\%$$

وهي نتيجة منسجمة مع القيم الاسمية والنتائج السابقة.

<sup>6</sup> مقياس الاستطاعة المستخدم يعطي شدة تيار متناسبة مع الاستطاعة وطول الموجة المستخدمة

## 4.4 دراسة خرج نمط القص Shearography

بعد ضبط مداخل Mechilson لم يتمكن من التحكم بظروف التجربة بسبب نقص أدوات التثبيت (تدوير مرآة القص كان يتم يدوياً بزاوية قطرية) بالإضافة إلى أن سطوح المرايا المستخدمة صغيرة. ولم يتمكن من الحصول على أنماط قابلة للقياس. بعض الأنماط التي حصلنا عليها :



الشكل 35 (a) نمط قص ناتج عن سطح خشن مستوي بـ  $\sigma_h = 12.5\mu m$  وتدوير مرآة القص بزاوية مجهولة أفقية. (b) نمط قص ناتج عن مرآة مقعرة بنصف قطر يساوي 5m وتدوير مرآة القص بزاوية شاقولية مجهولة. (c) ينتج بعد حذف 20% من الشدة المستقبلية

يمكن استثمار نتائج هذه الفقرة باستخدام ليزر متوسط الاستطاعة (35 mW). وتأمين آلية لتدوير مرآة القص بـ قيمة دقيقة (بالدقائق القوسية). وما زال العمل قائماً لإنجاز هذا النموذج الاختباري.



## الخاتمة والآفاق المستقبلية

وجدنا من خلال الدراسة النظرية أنه يمكن بدراسة خصائص الحقل المنتشر عن سطح خشن استنتاج معلومات إحصائية عن هذا السطح، و نفذنا تطبيقات مخبرية لبعض الطرق المقترحة: فعند اختبار الانعكاسية المرآوية واختبار الترابط الزاوي بين نمطي بقيعات متشككين من ورودين بزوايتين مختلفتين حصلنا على الانحراف المعياري لارتفاعات سطح خشن، ووجدنا عند اختبار الترابط الطيفي لنمطي بقيعات مشككين من طولين موجيين مختلفين أنه يمكن إيجاد طول الترابط بالإضافة إلى الانحراف المعياري لارتفاعات سطح خشن، كما قمنا بإجراء اختبار مخطط القص Shearography، وهنا تشكلت الأنماط المطلوبة، وما زال العمل لاستثمارها جارياً.

يمكن تلخيص أهم الاستنتاجات بما يلي:

استطعنا تحقيق قياس دقيق للانحراف المعياري لخشونة سطح باستخدام الترابط الزاوي لنمطي بقيعات.

استطعنا تحقيق قياس دقيق للانحراف المعياري وطول الترابط لخشونة سطح باستخدام الترابط الطيفي لنمطي بقيعات.

استطعنا تحقيق قياس الخشونة باستخدام الانعكاسية المرآوية.

أثبتنا إمكانية استخدام مداخل ميكلسون لاختبار مخطط القص لاستنتاج المعاملات الإحصائية للسطح الخشن.

خلال هذا العمل وجدنا أن الطرق البصرية السابقة ورغم ما تؤمنه من مرونة أثناء عملية القياس (لا حاجة لوجود تلامس مع السطح، بالإضافة إلى إمكانية أخذ قيم في الزمن الحقيقي)، إلا أنها تتطلب شروطاً مخبرية قاسية من حيث نظافة السطح، وغياب الاهتزازات، وغير ذلك... ولهذا فإن استخدام التجهيزات التي تعتمد هذه الطرق البصرية صناعياً (خارج المخبر) لا يمكن أن يعطي قيمة دقيقة وإنما قيم مقارنة فقط. أما للحصول على قيم دقيقة باستخدام هذه الأساليب، فيجب أن تتم القياسات مخبرياً وبشروط محددة.

تكمن مساهمتنا الأساسية في هذا العمل:

- تجميع وتلخيص الدراسات السابقة في مسألة انتشار حقل موجي عن سطح حقيقي.
- تحقيق قياس الخشونة باستخدام الترابط الطيفي والزاوي: نفذنا التجارب المقترحة في المراجع وأوجدنا دقة القياس الممكنة وأثر كل معامل في نتيجة القياس، وهذا جديد.

- تحقيق قياس الخشونة باستخدام مخطط القص: نفذنا التجربة باستخدام مداخل Michelson، وهذا جديد.
- تحقيق قياس الخشونة باستخدام الانعكاسية المرآوية: قمنا بإجراء القياس مع تغيير زاوية الورد، وهذا جديد.

لتوسيع هذا البحث يمكن في دراسات لاحقة إجراء:

- 1- دراسة أنماط القص الناتجة عن تشوه سطح واستنتاج عزوم الإجهادات الناتجة، وقد تم توضيح المبدأ النظري حسب Hung [14] ضمن هذه الرسالة.
- 2- عند دراسة الترابط الطيفي بين أنماط البقيعات يمكن استخدام ليزر يمكن التحكم بطول موجته (tunable)، وبذلك نستطيع دراسة سطوح تكون فيها قيم الانحراف المعياري لارتفاعات الخشونة أكبر.
- 3- دراسة المعاملات الإحصائية للسطح عن طريق دراسة أنماط البقيعات إحصائياً واستنتاج معاملات مثل الإلتواءات Skewness و التفلطح Kurtosis.
- 4- دراسات الانزياحات الميكروية عن طريق دراسة ترابط نمطي بقيعات مسجلين بفرق إزاحة.

- [1] Lord Rayleigh, "On the Dynamical Theory of Gratings," vol. 79, 1907.
- [2] B. A. Lippmann, "Note on the Theory of Gratings," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 43, no. 5, pp. 408-408, 1953.
- [3] R. Cadilhac and P. a. M., "Sur la diffraction d'une onde plane par un reseau infiniment conducteur," *C. R. Acad. Sci. Paris*, vol. 262, no. B, p. 468–471, 1966.
- [4] D. Berman, "simulation of rough interface scattering," *The Journal of the Acoustical Society of America*, no. 89 , pp. 623-636, 1991.
- [5] T. Dajun and J. Darrell, "A time-domain model for seafloor scattering," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 142, no. 5, pp. 2968-2978, 2017.
- [6] A. Voronovich, *Wave Scattering from Rough Surfaces*, Second, Updated Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999.
- [7] T. M. Elfouhaily and C. A. Gu´erin, "A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces," *Waves Random Media*, vol. 14, no. 4, pp. 1-40, 2004.
- [8] N. Pinel and C. Bourlier, *Electromagnetic Wave Scattering from Random Rough Surfaces*, John Wiley & Sons, Inc, 2013.
- [9] E. C, "The scattering of sound from the sea surface," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 25, no. 3, p. 566–570, 195.
- [10] S. A, "Electromagnetic scattering from rough, finitely conducting surfaces," *Radio Science*, vol. 2, no. 4, p. 415–428, 1976.
- [11] M. OHLIDAL and D. PRAZAK, "Digital laser speckle spectral correlation within the framework of the Fresnel approximation of the scalar Kirchhoff theory and its application in surface roughness measurement," *journal of modern optics*, vol. 50, no. 14, 2003.
- [12] R. Bernhard and A. Johannes, "Surface roughness measurement by 2-D diaital correlation of speckle images," *Photomechanics and Speckle Metrology*, p. 105, 17 February 1987.
- [13] S. S. Guiseppe and P. Domenica, "Roughness measurement by electronic speckle correlation and mechanical profilometry," *Measurement, Elsevier Science Limited*, vol. 20, no. 4, pp. 243-249, 1997.
- [14] Y. H. Y, "Shearography: a new optical method for strain measurement and nondestructive testing," *Optical Engineering* , vol. 21, no. 3, pp. 391 -395, 1982.
- [15] K. Thomas, *Handbook of Holographic Interferometry*, WILEY, 2005.
- [16] O. M, "A method of shearing interferometry for determining the statistical quantities of randomly rough surfaces of solids," *Pure Appl. Opt.*, vol. 4, pp. 599-616., 1995.
- [17] H. DAVIES, "THE REFLECTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES FROM A ROUGH SURFACE," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 90, no. 101, pp. 209,214, 1954.

- [18] R. E. "Beyond the Kirchhoff approximation: II. Electromagnetic scattering," *Radio Sci.*, vol. 121, no. 32, p. 26, 1991.
- [19] D. Prazak and M. Ohlidal, "Laser speckle spectral correlation and surface roughness," in *12th Czech-Slovak-Polish Optical Conference on Wave and Quantum Aspects of Contemporary Optics*, 2001.
- [20] X. Chen, *Computational and Experimental Approach for Non-destructive Testing by Laser Shearography*, Worcester Polytechnic Institute, 2014.
- [21] H. E. BENNETT, "Relation Between Surface Roughness and Specular Reflectance at Normal Incidence," *optical society of america*, vol. 51, no. 2, pp. 123-130, 1961.
- [22] "www.thorlabs.com," thorlabs, [Online]. Available: [https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup\\_id=10768](https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=10768). [Accessed 1 12 2019].